

УДК 677.025.62

ОМЕЛЬЧЕНКО В.Д.

Державне підприємство «Київський державний науково-дослідний інститут текстильно-галантерейної промисловості»

ПРОЕКТУВАННЯ СКЛАДНИХ КОНФІГУРАЦІЙ ПОВЕРХОНЬ В'ЯЗАНИХ ВИРОБІВ

Мета. Розробка ефективних інженерних методів проектування розгортки складних конфігурацій поверхонь медичних і технічних в'язаних виробів.

Методика. Теоретичний метод математичного моделювання розгортки складних поверхонь.

Результати. Запропоновано інженерний метод проектування розгортки складних конфігурацій поверхонь медичних і технічних в'язаних виробів.

Наукова новизна. Запропоновано математичний алгоритм поетапного наближення розгортки складних поверхонь в'язаних виробів.

Практична значимість. Збільшення точності та економія часу інженерного проектування і виготовлення складних конфігурацій поверхонь в'язаних кулірних та основов'язаних виробів медичного та технічного призначення.

Ключові слова: розгортки поверхонь, методи проектування розгортки, трикотаж, математичні залежності, параболоїд.

Вступ. При проектуванні та виготовленні в'язаних текстильних виробів медичного та технічного призначення постає важливе питання забезпечення найбільш точного облягання матеріалом складних поверхонь, які математично описуються рівняннями другого і, навіть, інколи третього порядку. Причому, тотожність облягання таких складних поверхонь трикотажем, особливо в медичних виробках, повинна бути достатньо високою.

Наприклад, якщо не забезпечити потрібну конфігурацію штучного серцевого клапана або штучних трахеї чи гортані, то такий імплантат тільки погіршить (навіть до летального) стан здоров'я хворої людини. Також потрібно забезпечувати високу точність виготовлення в'язаних оболонок імплантатів, що використовуються в пластичній хірургії, особливо в лицьовій. Те ж саме можна сказати і про складні поверхні багатьох технічних виробів різних розмірів.

І, якщо технічні прийоми та методики розгортання на площині багатьох деталей різноманітного одягу людини мають кількостолітню історію, нараховують тисячі публікацій та мають солідне теоретичне математичне підґрунтя, що пояснюється типізацією фігур людини, то прийоми розгортання складних поверхонь медичних та технічних виробів потребують постійного індивідуального вирішення.

При цьому для в'язаних матеріалів практика вимагає дуже високої точності проектування цих розгортки.

Постановка завдання. Забезпечити процес проектування розгортки складних конфігурацій поверхонь в'язаних виробів математичною методикою наближення до площини.

Результати дослідження. Багаторічний досвід нашої роботи по розробці текстилю медичного та технічного призначення свідчить, що для виготовлення з трикотажу розгортки складних конфігурацій найдоцільніше для наближення цих поверхонь до площини застосовувати поверхні обертання другого порядку. Найчастіше застосовуються однополюсний та двополюсний гіперболоїди, конуси, еліптичний та гіперболічний параболоїди і параболоїд обертання. Найкраще розгортати такі поверхні на площину та проводити їх наближення до потрібної конфігурації у кілька етапів.

Наприклад, на першому етапі параболоїд обертання розподіляється на кілька частин, що являють собою зрізані конуси, твірні яких є січними до поверхні цих конусів. На другому етапі доцільно розгортати зрізані конуси рівнобедреними трапеціями, основу яких складають січні кола розгорток конусів. В принципі, в основі зрізаних конусів можуть бути еліпси та інші більш складні фігури.

Для розробки інженерних методів поетапного проектування розгорток цих складних поверхонь і максимального наближення їх до заданих конфігурацій потрібно визначити координати точок наближення та умови їх мінімального відхилення від потрібної поверхні.

Проведемо розрахунки на прикладі параболоїда обертання. Для інших вищезазначених фігур логіка математичних виводів формул для розрахунків буде аналогічною.

На рис. 1 представлений розглядаємий параболоїд, що описується рівнянням [1]:

$$Z = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \quad (1)$$

де a, b – півосі;

у випадку $a=b$ будемо мати параболоїд обертання.

На рисунку 1 цифрами 1, 2, 3 означені зрізані конуси, на які ми спочатку поділимо параболоїд для створення подальших розгорток.

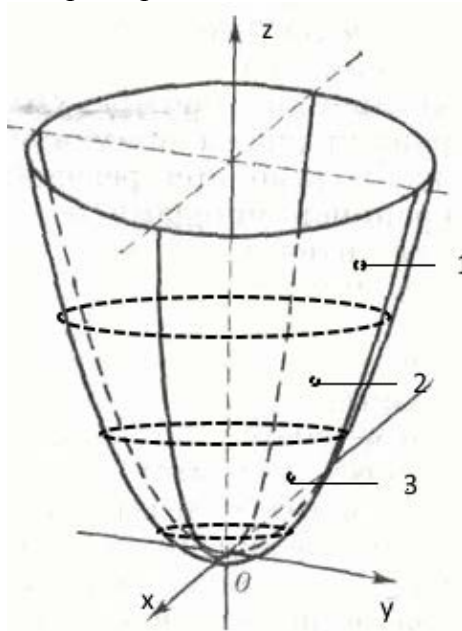


Рис. 1 Розподіл параболоїда обертання на зрізані конуси

Для оптимального наближення поверхні параболоїда на плоску поверхню, можна застосувати зрізані конуси, твірними яких будуть параболи. Розглянемо параболоїд, що описується рівнянням:

$$Z = \frac{x^2 + y^2}{2p} \quad (2)$$

де x, y – відстані від поточної точки параболоїда до його осі;

p – параболітичний параметр.

Розмістимо у координатній системі ZOY , як показано на рис. 2, таку твірну параболу параболоїда, де Z – відстань від поточної точки параболоїда до його осі y . Запишемо рівняння цієї твірної параболи, як:

$$Z = \frac{y^2}{2p} \quad (3)$$

де p – параболітичний параметр.

Потрібно побудувати плоский відрізок MN, який мав би найкраще наближення до гілки параболи, яка є твірною параболоїда. Для цього потрібно виконання рівняння:

$$\sum_1^n B_3 + \sum_1^n B_3 = 0 \quad (4)$$

де $\sum_1^n B_3$ – сума відхилень із зовнішньої сторони параболи між нею і точками на відрізку MN;

$\sum_1^n B_3$ – сума відхилень із внутрішньої сторони параболи між нею і точками на відрізку MN;

n – кількість точок на відрізку.

Для прикладу розрахунку достатніх відхилень відрізка MN від параболи, розмістимо цю параболу в систему координат ZOY, як показано на рис. 2.

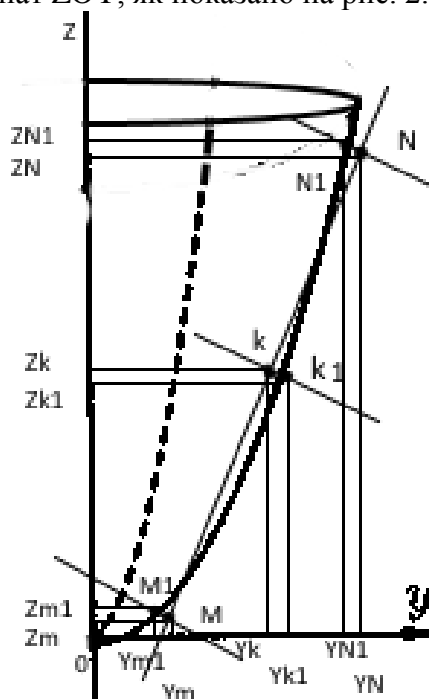


Рис. 2 Відхилення твірної параболи від прямого відрізка MN

Побудова точок найбільшого наближення прямого відрізка до параболи, якщо довжина відрізка MN є заданою величиною, зводиться до визначення координат точок $M(Y_M, Z_M)$ та $N(Y_N, Z_N)$. Найбільше відхилення прямого відрізка MN від параболи визначається відрізком нормалі до параболи і буде являти собою характеристику такого наближення. Параметричне рівняння відрізка KK_1 нормалі до параболи у точці K_1 записується як:

$$\left. \begin{aligned} y &= y_{k1}(1 + t) \\ Z &= Z_{k1} - pt \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

де t – параметр рівняння;

K_1 – точка перетину нормалі з параболою.

Відрізок MN буде проходити через точку $K(Y_K, Z_K)$, якщо виконується умова $t=t_k$. При цій умові параметричне рівняння буде записане, як

$$\left. \begin{aligned} y_k &= y_{k1}(1 + t_k) \\ Z_k &= Z_{k1} - pt_k \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Потрібно знайти потрібні координати. Перетворивши (2) через рівняння (5) і (6) отримуємо:

$$y_k^2 = 2p(Z_k + pt_k)(1 + t_k)^2 \quad (7)$$

Рівняння (7) розв'язується відомими числовими методами відносно t_k , після чого переходимо до визначення величини відрізка KK_1 на нормалі:

$$(KK_1)^2 = (y_{k1} - y_k)^2 \quad (8)$$

Після ряду математичних перетворень, які ми пропускаємо, в кінцевому вигляді будемо мати:

$$(KK_1)^2 = y_k^2 \frac{t_k^2}{(1-t_k)^2} + p^2 t_k^2 \quad (9)$$

З урахуванням формули (7) у кінцевому вигляді отримуємо:

$$(KK_1) = t_k \sqrt{p^2 + 2p(Z_k + pt_k)} \quad (10)$$

Приймаючи до уваги рівняння (3), для забезпечення найкращих умов наближення відрізка прямої до параболи визначаємо координати точок $M(Y_M, Z_M)$ та $N(Y_N, Z_N)$.

Для цього запишемо систему рівнянь:

$$\left. \begin{aligned} (MN)^2 &= (y_N - y_M)^2 + (Z_N - Z_M)^2 \\ Z_N &= Z_M + \sqrt{(MN)^2 - (y_N - y_M)^2} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Після цього ми можемо визначити відхилення точки, наприклад, N від параболи (точка N_1) по нормалі. З урахуванням (7) і (10) це можна зробити за формулами:

$$\left. \begin{aligned} y_N^2 &= 2p(Z_N + pt_N)(1 + t_N)^2 \\ NN_1 &= t_N \sqrt{p^2 + 2p(Z_N - pt_N)} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Для інженерного визначення параметрів зрізаного конуса, твірною якого є відрізок MN , що дасть можливість розгорнути його на площину, досить розрахувати координати точок M і N по висоті (Z_M і Z_N) та розрахувати значення периметрів зрізаного конуса у цих точках, наприклад:

$$\left. \begin{aligned} L_M &= 2\pi y_M \\ L_N &= 2\pi y_N \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Наближення зрізаного конуса краще всього робити трапеціями. Значення найбільших відхилень точок плоских трапецій від параболоїда можна розрахувати за вище наведеною методикою розрахунку відхилення відрізка прямої від твірної параболи параболоїда.

Для цього в інженерних цілях достатньо вирішити задачу знаходження відхилення визначеної точки j трапеції при перетині цією трапецією поверхні параболоїда. Ця задача аналогічна визначенню довжини відрізка нормалі між точками KK_1 . Опускаючи математичні викладки, це значення відхилення можна знайти за емпіричними формулами:

$$R = 1,42pt_j \sqrt{Z_j + p(0,5 + t_j)} \quad (14)$$

де R – найбільше відхилення точки j трапеції від поверхні параболоїда;

t_j – параметр;

Z_j – апліката перетину трапеції з параболоїдом в точці j .

$$Z_j = \frac{R^2}{2pt_j^2} - \frac{p}{2}(1 - 2t_j) \quad (15)$$

Висновки. В результаті реалізації розгортки параболоїдів та їх поетапного наближення до площини суттєво скорочується процес інженерного проектування та виготовлення складних конфігурацій поверхонь в'язаних кулірних та оснований'язаних виробів медичного та технічного призначення.

Список використаних джерел

1. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике. – М.: «Наука». – 1964. – 608с.

ПРОЕКТИРОВАНИЕ СЛОЖНЫХ КОНФИГУРАЦИЙ ПОВЕРХНОСТЕЙ ВЯЗАНЫХ ИЗДЕЛИЙ

ОМЕЛЬЧЕНКО В.Д.

Государственное предприятие «Киевский государственный научно-исследовательский институт текстильно-галантерейной промышленности»

Цель. Разработка эффективных инженерных методов проектирования разверток сложных конфигураций поверхностей медицинских и технических вязаных изделий.

Методика. Теоретический метод математического моделирования разверток сложных поверхностей.

Результаты. Предложен инженерный метод проектирования разверток сложных конфигураций поверхностей медицинских и технических вязаных изделий.

Научная новизна. Предложен математический алгоритм поэтапного приближения разверток сложных поверхностей вязаных изделий.

Практическая значимость. Увеличение точности и экономия времени инженерного проектирования и изготовления сложных конфигураций поверхностей вязаных кулірних и основовязаных изделий медицинского и технического назначения.

Ключевые слова: *развертки поверхностей, методы проектирования разверток, трикотаж, математические зависимости, параболоид.*

PLANNING OF THE COMPLICATED CONFIGURATIONS OF SURFACES OF KNITTED WARES

OMELCHENKO V.

A state enterprise is the "Kyiv state research institute of textile-haberdashery industry"

Purpose. Development of effective engineering methods of planning of involutes of the complicated configurations of surfaces of medical and technical knitted wares.

Methodology. Theoretical method of mathematical design of involutes of difficult surfaces.

Findings. The engineering method of planning of involutes of the complicated configurations of surfaces of medical and technical knitted wares is offered.

Originality. The mathematical algorithm of the stage-by-stage approaching of involutes of difficult surfaces of knitted wares is offered.

Practical value. Increase of exactness and economy of time of engineering design and making of the complicated configurations of surfaces of flat and warp wares of the medical and technical setting.

Keywords: *involutes of surfaces, methods of planning of involutes, knitted fabric, mathematical dependences, paraboloid.*