

УДК 677.055.621

БЕРЕЗІН Л. М.

Київський національний університет технологій та дизайну

ДО РОЗРАХУНКУ ГЕОМЕТРИЧНИХ ПАРАМЕТРІВ ПОДАТЛИВИХ ГРАНЕЙ КЛИНІВ

Мета. Розробка рекомендацій до розрахунку геометрії клинів з податливою гранню, які мають консольні балки із змінним моментом опору перерізів по їх довжині для забезпечення умови рівної міцності та заданих переміщень.

Методика. Використовується метод пошуку, опису, аналогій та аналізу інформації для аудиту множини можливих рішень стосовно предмету досліджень, напрацювання в області в'язальних механізмів шкарпеткових автоматів та методи поперечних і повздовжніх перерізів з класичних положень опору матеріалів.

Результати. Представлено математичне забезпечення для комплексного підходу проробки клинів різних конструкцій з податливими робочими гранями за критеріями міцності, податливості та мінімізації геометричних розмірів з використанням коефіцієнту форми балки за прогином. Показано переваги балок з рівним опором вздовж її довжини в порівнянні з однорідними балками при сталих розмірах перерізу. Наведено залежності, за якими доцільно визначати розміри кореневого і кінцевого перерізів балки трапецієвидної форми при навантаженні вільного кінця зосередженою силою та формули для обчислення коефіцієнту форми за її прогином з достатньою точністю та зручністю в інженерних розрахунках.

Наукова новизна. Полягає в подальшому розвитку теорії і методології проектування елементів в'язальних систем шкарпеткових автоматів на основі режимів навантаження, габаритних обмежень та вимог технологічного процесу.

Практична значимість. Окреслено коло питань, що сприяє комплексному підходу до удосконалення конструкцій клинів з податливими гранями на основі розрахункових рекомендацій з урахуванням специфіки їх застосування та навантаження. Представлена інформація дозволяє підвищувати якість та ефективність проектних рішень клинів з податливою робочою гранню по забезпеченню вимог за умовам міцності та податливості з використанням показника економічності профілювання перерізу.

Ключові слова: клин, податлива грань, трапецієвидна консоль, проектування, розрахунок.

Вступ. Визначальним фактором надійності в'язального обладнання є значна інтенсивність відмов голок, на яку впливає ударне навантаження при взаємодії з клинами. Переважним напрямком підвищення довговічності голок є удосконалення конструкцій клинів в'язальних систем, передусім застосування клинів з податливими робочими гранями (ПРГ). Відома конструкція клина з ПРГ, яка утворена пазом, що розміщений вздовж робочої грані. В [1] представлено комплексний підхід до розрахунку її геометричних параметрів в залежності від характеристик жорсткості та втомленісної довговічності в детермінованій та ймовірнісній постановках, в [2] – розрахунок ПРГ за заданою рівно надійністю за критерієм міцності. Для збільшення податливості клину запропоновано конструкцію з двома консольними та поперечною балками, в [3] представлено основні положення її геометричного розрахунку. Оскільки в даній конструкції згинаючі моменти змінюються за довжиною консолі, то за підбором її перерізу за найбільшим згинаючим моментом отримували надлишковий запас матеріалу по всім перерізам консолі за виключенням місця закріплення консолі.

Постановка завдання. Для мінімізації розмірів та маси консольної балки, а також для збільшення, в необхідних випадках, її гнучкості, доцільно застосовувати консолі рівного

опору, у яких по всіх перерізах нормальні напруження однакові та не перевищують допустимого. При розрахунках будь-яких пружних елементів враховують дві основні суперечливі вимоги: одночасне забезпечення умови міцності та необхідної податливості. Переважно прямою задачею розрахунку геометричних параметрів консолі, як елементу ПРГ, вважають виконання вимог за податливістю, а вимога за міцністю повинна задовольнятися з необхідним довільним запасом.

Метою статті є розробка рекомендацій до розрахунку геометрії клинів з податливою гранню, які мають консольні балки із змінним моментом опору перерізів по їх довжині для забезпечення умови рівної міцності та заданих переміщень.

Результати дослідження. Об'єктом досліджень обрано конструкцію клину шкарпеткового автомату з податливими гранями та розрахунки його геометричних параметрів, виходячи з габаритних обмежень клину, умов статичної міцності та максимально допустимого прогину.

Розглядаємо консольну балку довжиною l з прямокутним поперечним перерізом, товщиною h та шириною a у випадку симетричного навантаження зосередженою силою F на її вільному кінці. До основних перерізів консолей з рівним опором при зміні їх розмірів за довжиною належать наступні:

- а) із сталою висотою $h(x) = const$ при зміні ширини $a(x) = var$;
- б) із сталою шириною $a(x) = const$ при зміні висоти $h(x) = var$;
- в) із сталою площею поперечного перерізу, так звана «констера», для якої маємо $a(x)h(x) = a(1)h(1) = const$, де $a(1)$ та $h(1)$ - геометричні параметри кореневого перерізу консолі в місці її закріплення.

Тип (а) консолей характеризується зміною висоти балки за параболічним законом [4] виду:

$$h(x) = \sqrt{\frac{6F}{b[\sigma]}} \sqrt{x}, \quad (1)$$

що суттєво обмежує їх застосування через ускладнення конструкції клину. Складність профілювання та технологічності виготовлення консолей типу (в) сповна компенсується при забезпеченні міцності композитних балок (зберігає стале число не перерізанних волокон по довжині балки) [5], але не є раціональними для сталевих матеріалів. Надалі розглядаємо тип (а) консолі із сталою товщиною h та зменшенням її ширини $a(x)$ в напрямку вільного кінця.

Оскільки довжина балки в конструкції клину багатократно перевищує її ширину та товщину, то достатньо точне наближення в розрахунках дає звичайна балкова теорія. Тому достатньо враховувати повздовжні нормальні напруження від дії згинаючого моменту, оскільки за енергетичною теорією [6], поправки при згині від зсуву незначні (пропорційні квадрату відношення товщини до довжини балки), але погіршується наочність результатів.

Задану податливість C як відношення прогину вільного кінця консольної балки $v_k(0)$ до навантаження визначають за формулою:

$$C = \frac{v_k(0)}{F} = \frac{4\delta_{v_k} l^3}{Ea(1)h^3}, \quad (2)$$

де $\delta_{\nu\kappa} = \frac{\nu_{\kappa}(0)}{\nu(0)}$ - коефіцієнт форми за прогином, який дорівнює відношенню максимального прогину $\nu_{\kappa}(0)$ на кінці κ -ої балки рівного опору до прогину балки $\nu(0)$ з сталими розмірами, які відповідають h та $a(1)$ кореневого перерізу;

E - модуль пружності матеріалу.

Оскільки умова міцності за заданим навантаженням F має вид:

$$\frac{6Fl}{a(1)h^2} \leq \sigma_{kp}, \quad (3)$$

де σ_{kp} - критичне нормальне напруження, як правило, допустиме $[\sigma]$, але можливі інші значення, що забезпечують необхідний запас міцності.

З урахуванням першочергової умови (2) за податливістю, яка висувається виходячи з технологічних міркувань петлеутворення, після підстановки в (3) отримуємо:

$$\sigma_{max} = \frac{3F}{l} \left(\frac{2E^2 C^2}{\delta_{\nu\kappa}^2 a(1)} \right)^{1/3} \leq \sigma_{kp}, \quad (4)$$

що дозволяє визначити ширину в кореновому перерізу $a(1)$ консолі за умовами забезпечення заданої податливості та збереження міцності. Аналіз умови (4) вказує на ефективність використання матеріалів з високою повздовжньою міцністю та з більш низьким модулем пружності E , наприклад, склопластику або на збільшення коефіцієнту форми за прогином $\delta_{\nu\kappa}$ при профілюванні балок рівного опору. Перший варіант представляє окрему задачу, яка виходить за межі тематики та допустимий об'єм даної статті, другий - розглядаємо детальніше.

Враховуючи умову рівномірності виду:

$$\frac{6Fx}{a(x)h^2} = \frac{6Fl}{a(1)h^2}, \quad (5)$$

при $h = h(1) = const$, маємо $a(x) = a(1)\frac{x}{l}$, тобто ширина консолі змінюється за лінійним законом в залежності від x . Для забезпечення міцності за дотичним напруженням найменш можливу ширину балки визначаємо за умовою:

$$\tau_{max} = \frac{3}{2} \cdot \frac{Q_{max}}{ha_{min}} \leq [\tau]. \quad (6)$$

звідки, враховуючи, що поперечна сила $Q_{max} = F$ маємо $a_{min} \geq \frac{3F}{2h[\tau]}$. Таким чином, дійсний обрис трапецієвидної консольної балки зумовлюють обмеження за умовою міцності ширини $a(1)$ та $a(0) \geq a_{min}$ і задача зводиться до вибору раціонального співвідношення між ними для забезпечення заданої податливості.

Деформацію консолі змінного поперечного перерізу $\nu_{\kappa}(0)$ представляємо через деформацію прямокутної балки сталого перерізу, який повторює кореневий переріз в місці закріплення консолі $\nu(0)$ за вище наведеною формулою:

$$\nu_{\kappa}(0) = \delta_{\nu\kappa} \cdot \nu(0).$$

Очевидно, що при сталій висоті h перерізу для балок рівного опору (рис.1) на величину коефіцієнту $\delta_{\nu\kappa}$ впливає степінь трапецієвидної консолі, яка задається

коефіцієнтом форми $c_k = \frac{a(0)}{a(1)}$. Для точного визначення δ_{vk} застосовують формули, які отримано інтегруванням диференціальних рівнянь пружної лінії балок змінного поперечного перерізу [7]. При цьому момент інерції перерізу балки є функцією $J(x)$, який представляють через еквівалентний $J(1)$ кореневого перерізу та виконують обчислення як для балок з сталим перерізом [4]. Оскільки отримані рівняння є складними в користуванні, наведено табличні значення δ_{vk} , але для декількох вибірових величин c_k . Для спрощеного обчислення коефіцієнту δ_{vk} пропонується використовувати метод поперечних перерізів [8]. Балку розбивають на n однакових пірамід рівної висоти l/n та замінюють i -ту від кінця балки піраміду паралелограмом з сталою висотою та розмірами поперечного перерізу h та $a_i = 0,5(a_{i-1} + a_{i+1})$. За розрахунковою схемою до кінцевого перерізу i -го елемента прикладені поперечна сила F та згинаючий момент $M_i = F \frac{l}{n}(i-1)$, а величини прогинів від їх дії визначаються за класичними рівняннями. Вертикальне переміщення v_i кінцевого перерізу балки внаслідок деформації i -го паралелепіпеда становить $v_i = v_{i-1} + \theta_{i-1}x_{i-1}$, де θ_{i-1} - відповідний кут повороту паралелепіпеда. Тоді повне переміщення кінцевого перерізу балки з шириною $a(0)$ складе $v_k(0) = \sum_{i=1}^n v_i = \delta_{vk}v(0)$, звідки, після певних перетворень, маємо

$$\delta_{vk} = \frac{\sum_{i=1}^n v_i}{v(0)} = 2 \sum_{i=1}^n \frac{3i^2 - 3i + 1}{n^2((1 - c_k)(2i - 1) + 2c_k n)}$$

громіздкими, практично не підвищуючи точність розрахунків, доцільно обмежуватися $n=2$, при якому:

$$\delta_{ik} = \frac{1}{2} \left(\frac{7}{3 + c_k} + \frac{1}{1 + 3c_k} \right). \quad (7)$$

Оцінимо визначення δ_{vk} , використовуючи метод повздовжніх перерізів, за яким вихідну балку трапецієвидної форми (рис.1) представляємо балкою сталої ширини $a(0)$ (рис.2, а) та складеною балкою трикутної форми (рис.2, б) з основою $a(1) - a(0)$.

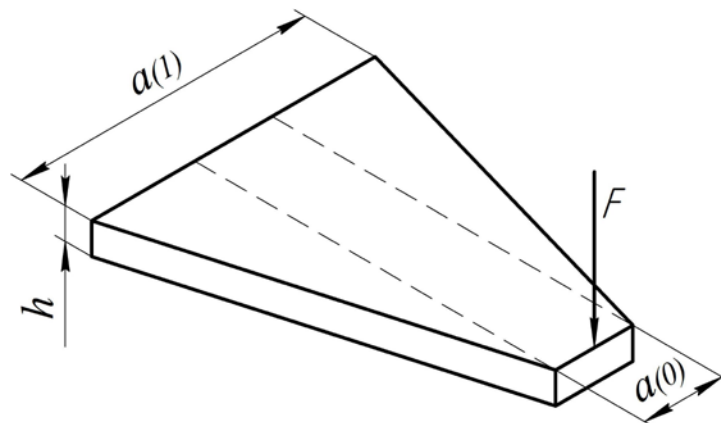


Рис. 1. Консольна балка трапецієвидної форми: $a(1)$, $a(0)$ - ширини кореневого та кінцевого перерізів; h - товщина балки; F - зосереджена сила

За умови $F = F_1 + F_2$ навантаження F_1 та F_2 розподіляємо таким чином, щоб прогин $v_1(0)$ балки сталого перерізу з шириною $a(0)$ та прогин $v_2(0)$ балки трикутної форми в кінцевому перерізі були однакові. Для балки з сталою шириною $a(0)$ маємо $v_1(0) = \frac{4F_1l^3}{Ea(0)h^3}$. За інтегралом Мора визначаємо прогин вільного кінця балки трикутної форми з жорсткістю виду $J_1(x) = \frac{a(x)h^3}{12} = \left(\frac{x}{l}a(1)\right)\frac{h^3}{12} = J_1 \frac{x}{l}$ при $J_1 = \frac{a(1)h^3}{12}$, який становить $v_2(0) = \frac{F_2l^3}{2EJ_2}$. Очевидно, що для балки сталого перерізу $v(0) = \frac{Fl^3}{3EJ}$ при рівності $J = J_1$, відношення прогинів становить $\frac{v_2(0)}{v(0)} = 1,5$, тобто прогин балки змінного перерізу рівного опору більше від балки зі сталим перерізом та жорсткістю при однакових умовах міцності.

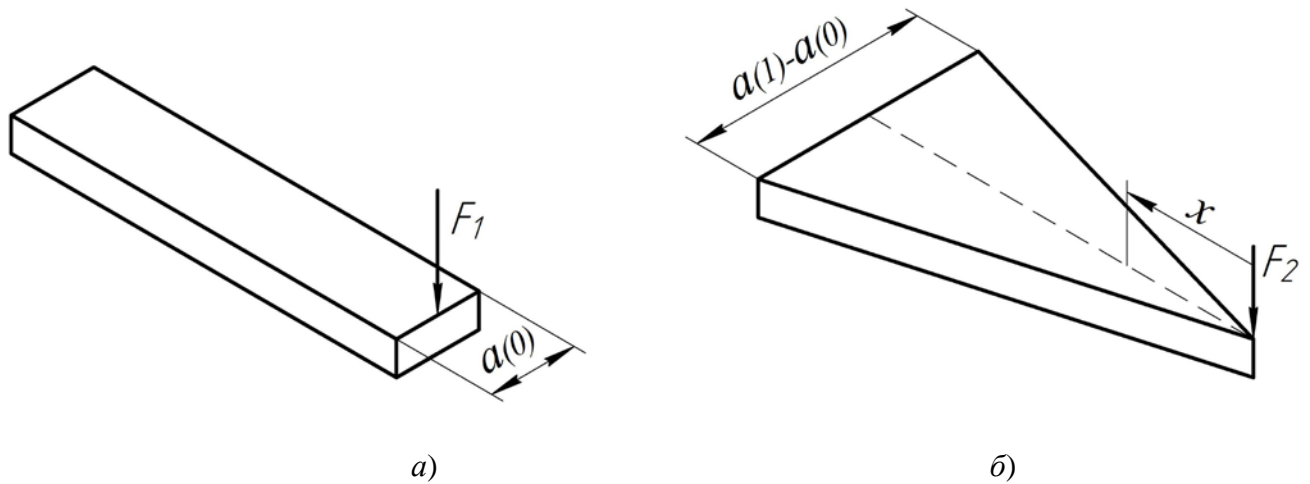


Рис. 2. *а* - балка сталої ширини $a(0)$; *б* - складена балка трикутної форми; F_1, F_2 - сили сумарної дії сили F

При $v_2(0) = \frac{F_2l^3}{2EJ_2}$ та $J_2 = \frac{(a(1)-a(0))h^3}{12}$ маємо $v_2(0) = \frac{6F_2l^3}{E(a(1)-a(0))h^3}$. З рівності $v_1(0) = v_2(0)$ або $\frac{4F_1l^3}{Ea(0)h^3} = \frac{6F_2l^3}{E(a(1)-a(0))h^3}$ маємо $\frac{2F_1}{a(0)} = \frac{3F_2}{a(1)-a(0)}$, звідки $F_2 = \frac{2F_1}{3a(0)}(a(1)-a(0))$. За умовою $F = F_1 + F_2 = F_1\left(1 + \frac{2}{3} \frac{a(1)-a(0)}{a(0)}\right)$ після підстановок і перетворень отримуємо $\delta_{вк} = \frac{3a(1)}{a(0)+2a(1)} = \frac{3}{\frac{a(0)}{a(1)}+2}$ або остаточно:

$$\delta_{вк} = \frac{3}{c_k + 2}. \quad (8)$$

Розрахунок $\delta_{вк}$ при коефіцієнті форми, наприклад $c_k = \frac{a(0)}{a(1)} = \frac{6}{10}$, показує, що похибка обчислень за формулою (7) становить 2,75%, за формулою (8) – 3,01%, що знаходиться в межах допустимого для інженерних розрахунків.

Висновки. Формули (7) та (8) дозволяють при сталій висоті h перерізу консольної балки рівного опору визначати степінь трапецієвидної балки, яка забезпечує виконання вимог за необхідною міцністю та податливістю. З формули (2) очевидно, що зміною коефіцієнта форми за прогином δ_{vi} можна впливати на довжину консольної балки, що актуально при мінімізації розмірів клинів. Окрім того, можливо розрахувати довгу балку з заданою податливістю, яка буде витримувати більшу поперечну силу в порівнянні з короткою. За показником економічності перерізу J/A , де A - площа перерізу профілю, балки рівного опору в порівнянні з балками сталого перерізу дають значне зменшення маси при навантаженні зосередженою силою, яка прикладена до вільного кінця балки.

Література

1. Березін Л. М. Розрахунок податливої грані клину за критеріями жорсткості та довговічності / Л. М. Березін // Вісник Київського національного університету технологій та дизайну. Технічні науки. – 2016. – № 3 (98). – С. 68-73.
2. Березін Л. М. Розрахунок податливої грані клину панчішних автоматів за заданою рівно надійністю за критерієм міцності / Л. М. Березін // Вісник Київського національного університету технологій та дизайну. Технічні науки. – 2013. – №3. – С.168-172.
3. Березін Л. М. Розрахунок геометричних параметрів податливої грані клину / Л. М. Березін, О. О. Фуркач // Вісник Київського національного університету технологій та дизайну. Технічні науки. – 2013. – №1. – С.11-14.
4. Писаренко Г.С. Справочник по сопроотивленію матеріалів / Г. С. Писаренко, А. П. Яковлев, В. В. Матвеев. – К.: Наукова думка, 1988. – 736с.
5. Полилов А. Н. Профилированные и ветвящиеся аналоги многолистной треугольной реассоры / А. Н. Полилов, Н. А. Татусь, Ш. Тянь // Вестник Перского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2018. – №4. – С.209-222.
6. Работнов Ю. Н. Механика деформируемого твердого тела / Ю. Н. Работнов. – М.: Наука, 1988. – 712 с
7. Дунаевский Б. И. Расчет сплошных балок, плоских пружин (рессор) переменного поперечного сечения / Б. И. Дунаевский // Вестник машиностроения. – 1981. – №4. – С.36-38.
8. Няшин Ю. И. Равнонапряженные

References

1. Berezin, L. M. (2016). Rozrakhunok podatlyvoi hrani klynu za kryteriiami zhorstkosti ta dovhovichnosti [Calculation of the flexibility plate of the cam according to the criterial of rigidity and longevity] *Visnyk kyivskoho natsionalnoho universytetu tekhnologii ta dyzainu - Bulletin of Kiev National University of Technologies & Design*, Vol. 3, 97–102 [in Ukrainian].
2. Berezin, L. M. (2013). Rozrakhunok podatlyvoi hrani klynu panchishnykh avtomativ za zadanoiu rivno nadiinistiu za kryteriiem mitsnosti [Calculation of flexibility facet of the cam of sock automats on the set strength reliability] *Visnyk kyivskoho natsionalnoho universytetu tekhnologii ta dyzainu - Bulletin of Kiev National University of Technologies & Design*, Vol. 3, 168–172 [in Ukrainian].
3. Berezin, L. M., Furcuch O. O. (2013). Rozrakhunok heometrychnykh parametriv podatlyvoi hrani klynu [Calculation of geometric parameters of flexibility facet of the cam] *Visnyk kyivskoho natsionalnoho universytetu tekhnologii ta dyzainu - Bulletin of Kiev National University of Technologies & Design*, Vol. 1, 11–14 [in Ukrainian].
4. Pisarenko, G. S., Yakovlev, A. P., Matveev, V. V. (1988). *Spravochnyk po soprotyvleniyu materyalov* [Material Resistance Reference] Kyiv: Naukova dumka [in Ukrainian].
5. Polilov, A. N., Tatus, N. A., Tian, Sh. (2018). Profylyrovannyye y vetviashchiesia analohy mnoholystovoi treuholnoi reassory [Shaped and branched analogs of triangle multi-leaf spring] *Bulletin of the Persian National Research Polytechnic University. Mechanics*, Vol. 4, 209–222 [in Russian].
6. Rabotnov, Yu. N. (1988). *Mekhanyka deformyruemoho tverdoho tela* [Mechanics of a deformable solid] Moscow: Science [in Russian].
7. Dunaevsky, B.I. (1981). *Raschet sploshnykh balok, ploskykh pruzhyn (ressor) peremennoho poperechnoho sechenyia* [Calculation of continuous beams, flat springs

листовые рессоры / Ю. И. Няшин, М.А. Осипенко, М. Б. Гитман // Вестник Магнитогорского государственного технического университета. – 2014. – №4. – С.22-26.

(springs) of variable cross section] *Engineering Bulletin*, Vol. 4, 36–38 [in Russian].

8. Nyashin, Yu. I., Osipenko, M.A., Gitman, M. B. (2014). *Ravnonapriazhennyye lystovyye resсоры* [Equally Stressed Leaf Springs] *Bulletin of Magnitogorsk State Technical University*, Vol. 4, 22–26 [in Russian].

BEREZIN LEONID

PhD, Department of applied mechanics and machines,
lmb07@ukr.net

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2672-6323>
Kyiv National University of Technologies & Design

К РАСЧЕТУ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ПОДАТЛИВЫХ ГРАНЕЙ КЛИНЬЕВ БЕРЕЗИН Л. Н.

Киевский национальный университет технологий и дизайна

Цель. Разработка рекомендаций к расчету геометрии клиньев с податливой гранью, которые имеют консольные балки с переменным моментом сопротивления сечения по их длине для обеспечения условия равной прочности и заданных перемещений.

Методика. Используется метод поиска, описания, аналогий и анализа информации для аудита множества возможных решений применительно к предмету исследования, наработки в области вязальных механизмов носочных автоматов и методы поперечных и продольных сечений с классических положений сопротивления материалов.

Результаты. Представлено математическое обеспечение для комплексного подхода проработки клиньев разных конструкций с податливыми рабочими гранями по критерию прочности, податливости и минимизации геометрических размеров с использованием коэффициента формы балки по прогибу. Показано преимущества балок с равным сопротивлением вдоль ее длины в сравнении с однородными балками, имеющими постоянные размеры сечения. Приведены зависимости, по которым целесообразно определять размеры корневого и конечного сечений балки трапецевидной формы при нагрузке свободного конца сосредоточенной силой, а также формулы для вычисления коэффициента формы по ее прогибу с достаточной точностью и удобством в инженерных расчетах.

Научная новизна. Заключается в дальнейшем развитии теории и методологии проектирования элементов вязальных систем носочных автоматов на основе режимов нагружения, габаритных ограничений и требований технологического процесса.

Практическая значимость. Охвачен круг вопросов, которые способствуют комплексному подходу к усовершенствованию конструкций клиньев с податливыми гранями на основе расчетных рекомендаций с учетом специфики их применения и нагружения. Представленная информация позволяет повышать качество и эффективность проектных решений клиньев с податливой рабочей гранью по обеспечению требований по прочности и податливости с использованием показателя экономичности профилирования сечения.

Ключевые слова: клин, податливая грань, трапецевидная консоль, проектирование, расчет.

TO THE CALCULATION OF THE GEOMETRIC PARAMETERS
OF FLEXIBLE FACETS OF CAMS

BEREZIN L.

Kyiv National University of Technologies and Design

Purpose. Development of recommendations for calculating the geometry of cams with flexibility facet, which have console beams with variable moment of section resistance along their length for provide strength conditions and specified deflections.

Methodology. Method of search, description, analogous and information analysis is used to audit the many possible decisions regarding the subject of research, the experience in the field of knitting machines of automatic half-hose machine and methods of cross and longitudinal sections from the classical position of resistance of materials.

Findings. Mathematical support for the complex approach of working out of cams of various designs with flexibility working facets according to the criteria of strength, flexibility and minimization of geometric dimensions using the beam shape coefficient of deflections is presented. The advantages of beams with equal resistance along its length in comparison with homogeneous beams having constant section sizes are shown. The dependences are given, which advisable to determine the dimensions of the root and final sections of a trapezoidal beam with a free end load of concentrated force, and also formulas for calculating the shape coefficient by deflection with sufficient accuracy and convenience in engineering calculations.

Originality. Further development of the theory and methodology of designing elements of knitting systems of automatic half-hose machine based on load modes, dimensions restrictions and technological process requirements.

Practical value. Questions are presented that contribute to a comprehensive approach to the improvement of cams designs with flexibility facet based on calculated recommendations, taking into account their specificity. The information helps to improve the quality and efficiency of cam design solutions to meet the requirements for strength and flexibility using the economic index of section.

Keywords: cam, flexibility facet, trapezoid console, design, calculation.