

УДК 534.08

С.М. ЛІСОВЕЦЬ

Київський національний університет технологій та дизайну

ОПТИМІЗАЦІЯ АКУСТИЧНОГО КОНТРОЛЯ СТРУКТУРНО- НЕОДНОРІДНИХ ПОЛІКРИСТАЛІЧНИХ МАТЕРІАЛІВ МЕТОДАМИ ПЛАНУВАННЯ ЕКСПЕРИМЕНТІВ

Розглянута оптимізація акустичного контролю структурно-неоднорідних полікристалічних матеріалів методами планування повного дворівневого факторного експерименту. Визначені основні фактори, які впливають на зміну параметрів пружної хвилі, та інтервали їх варіювання. Отримані коефіцієнти лінійної моделі, визначена їх значимість, перевірені однорідність ряду дисперсій та адекватність факторного плану

Ключові слова: полікристалічний матеріал, факторний експеримент, акустичний контроль.

Згідно з [1], задачі контролю структурно-неоднорідних полікристалічних матеріалів досить грубо можна поділити на два класи: екстремальні задачі, мета яких – пошук оптимальних умов виробництва полікристалічних матеріалів, та описувальні задачі, мета яких – вивчення загальних закономірностей явищ, які протікають в полікристалічних матеріалах в процесі їх виготовлення, наступних обробок, експлуатації та інше. Оптимізація контролю структурно-неоднорідних полікристалічних матеріалів методами планування експериментів якраз відноситься до описувальних задач.

Відомо, що при розповсюдженні крізь структурно-неоднорідні полікристалічні матеріали пружних хвиль мають місце нелінійні акустичні ефекти.

Зокрема, при зондуванні полікристалічного матеріалу пакетами пружних коливань із заданим співвідношенням амплітуд та із наступним вирівнюванням прийнятих пакетів по амплітуді в ту ж саму кількість раз спостерігається зміна коефіцієнта затухання $\Delta K/K$ основної (першої) гармоніки пружної хвилі та зміна фазової швидкості $\Delta c/c$ також основної (першої) гармоніки пружної хвилі [2, 3]. Також відомо [4], що зміна $\Delta K/K$ та зміна $\Delta c/c$ залежить від багатьох факторів (незалежних змінних) і для одного й того ж полікристалічного матеріалу можна отримати різні значення зміни $\Delta K/K$ та зміни $\Delta c/c$ в залежності від умов проведення експерименту. По-перше, значення зміни $\Delta K/K$ та зміни $\Delta c/c$ залежить від фізико-механічних властивостей полікристалічних матеріалів, наприклад, від його міцністних властивостей: як правило, збільшення часового опору (межі міцності при розриві) σ_B призводить до зменшення зміни фазової швидкості $\Delta c/c$ та зменшення зміни коефіцієнта затухання $\Delta K/K$ і навпаки. По-друге, значення зміни $\Delta K/K$ та зміни $\Delta c/c$ залежить від амплітуди ε_0 пружної хвилі (точніше, від амплітуди більшого з пакетів, так як амплітуда меншого з пакетів звичайно вибирається досить малою, приблизно 10^{-7} , і не призводить до виникнення акустичних нелінійних ефектів), яка проходить крізь полікристалічний матеріал: практично завжди виконується умова, що при

збільшенні амплітуди ε_0 пружної хвилі збільшується як $\Delta K/K$, так і $\Delta c/c$. По-третє, значення зміни $\Delta K/K$ та зміни $\Delta c/c$ залежить від температури T як полікристалічних матеріалів, так і від температури навколишнього середовища. Вчетверте, значення зміни $\Delta K/K$ та зміни $\Delta c/c$ залежить від колової частоти ω пружної хвилі.

Ці фактори мають такі властивості, як незалежність, вимірюємість, керуємість, сумісництво (можливість здійснювати всі заплановані комбінації рівнів факторів, тобто всі досліди). Зрозуміло, що на величини інтервалів варіювання факторів σ_B , ε_0 , T та ω накладаються певні обмеження.

Об'єкти та методи дослідження

Об'єктом дослідження є процеси взаємодії пружної хвилі із структурно-неоднорідними полікристалічними матеріалами з метою визначення впливу міцнісних характеристик полікристалічних матеріалів на параметри пружної хвилі. Методом дослідження є математична модель (повний дворівневий факторний експеримент) взаємодії пружної хвилі із структурно-неоднорідними полікристалічними матеріалами, що досліджуються. В якості структурно-неоднорідного полікристалічного матеріалу була обрана латунь ЛС63-3 ГОСТ 15527-2004.

Постановка завдання

Постановка завдання полягала в тому, щоб побудувати математичну модель (факторний план) взаємодії пружної хвилі із структурно-неоднорідними полікристалічними матеріалами, що досліджуються. За основу були взяті експериментальні дані, наведені на рис. 1 та на рис. 2.

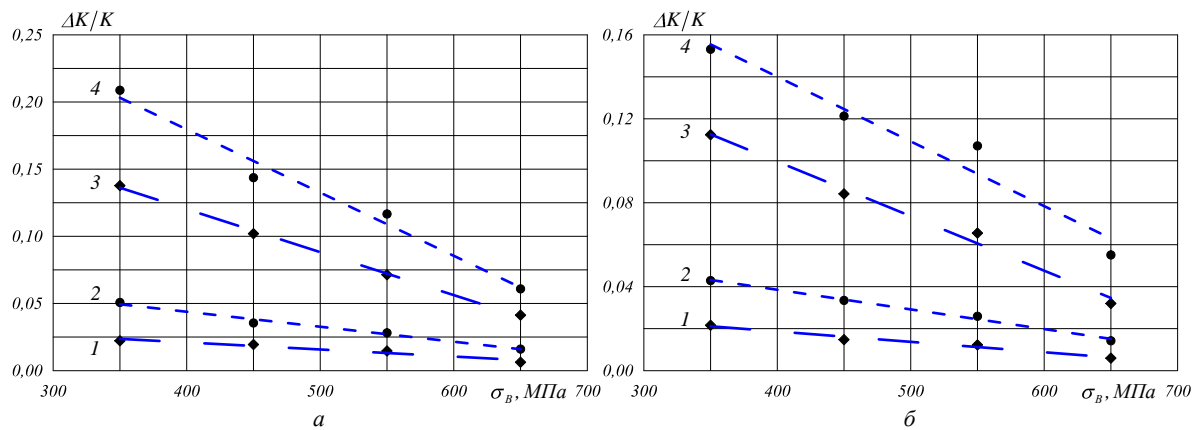


Рис. 1. *a*– $\Delta K/K$ при $f=10\text{кГц}$: 1 – $T=+10^\circ\text{C}, \varepsilon_0=10^{-6}$; 2 – $T=+60^\circ\text{C}, \varepsilon_0=10^{-6}$; 3 – $T=+10^\circ\text{C}, \varepsilon_0=10^{-5}$; 4 – $T=+60^\circ\text{C}, \varepsilon_0=10^{-5}$; *б* – $\Delta K/K$ при $f=100\text{кГц}$: 1 – $T=+10^\circ\text{C}, \varepsilon_0=10^{-6}$; 2 – $T=+60^\circ\text{C}, \varepsilon_0=10^{-6}$; 3 – $T=+10^\circ\text{C}, \varepsilon_0=10^{-5}$; 4 – $T=+60^\circ\text{C}, \varepsilon_0=10^{-5}$

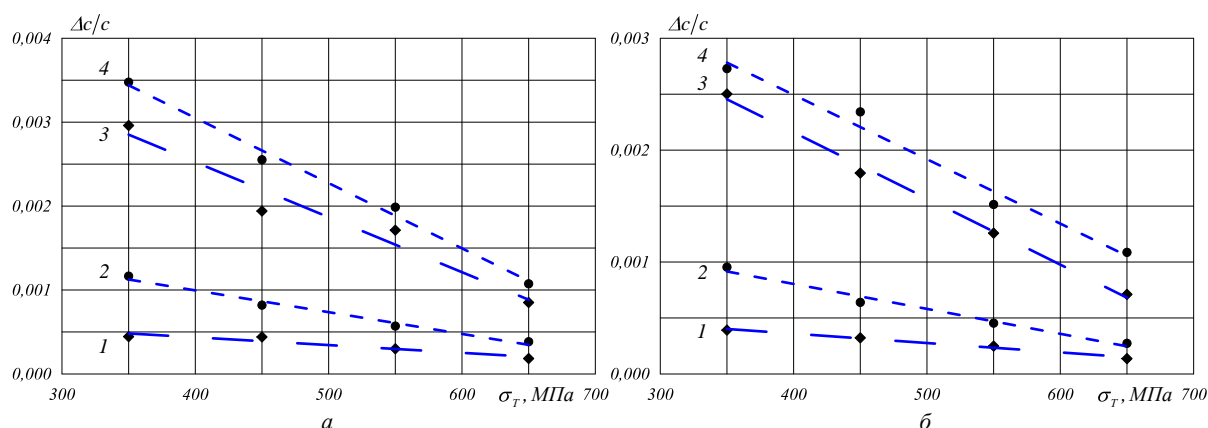


Рис. 2. *a* – $\Delta c/c$ при $f=10\text{кГц}$: 1– $T=+10^\circ\text{C}, \varepsilon_0=10^{-6}$; 2– $T=+60^\circ\text{C}, \varepsilon_0=10^{-6}$; 3– $T=+10^\circ\text{C}, \varepsilon_0=10^{-5}$; 4– $T=+60^\circ\text{C}, \varepsilon_0=10^{-5}$; *b* – $\Delta c/c$ при $f=100\text{кГц}$: 1– $T=+10^\circ\text{C}, \varepsilon_0=10^{-6}$; 2– $T=+60^\circ\text{C}, \varepsilon_0=10^{-6}$; 3– $T=+10^\circ\text{C}, \varepsilon_0=10^{-5}$; 4– $T=+60^\circ\text{C}, \varepsilon_0=10^{-5}$

Було прийнято, що кількість рівнів $r = 2$ (такої кількості рівнів r достатньо для побудови лінійної моделі факторного експерименту). Так як кількість факторів $k = 4$ (сюди входять σ_B , ε_0 , T та ω), то кількість N дослідів повного факторного експерименту визначалася наступним чином:

$$N = r^k = 2^4 = 16. \quad (1)$$

Матриця повного факторного експерименту наведена в табл. 1.

Табл. 1. Матриця повного факторного експерименту

№ дослідів	x_1	x_2	x_3	x_4	Середні значення $Y_{\Delta k/k}$	Середні значення $Y_{\Delta c/c}$
1	2	3	4	5	6	7
1	+	+	+	+	0,059	0,00111
2	–	+	+	+	0,167	0,00279
3	+	–	+	+	0,014	0,00028
4	–	–	+	+	0,043	0,00097
5	+	+	–	+	0,033	0,00073
6	–	+	–	+	0,115	0,00255
7	+	–	–	+	0,006	0,00014
8	–	–	–	+	0,022	0,00040
9	+	+	+	–	0,066	0,00190
10	–	+	+	–	0,231	0,00247
11	+	–	+	–	0,016	0,00039
12	–	–	+	–	0,052	0,00118
13	+	+	–	–	0,043	0,00087
14	–	+	–	–	0,145	0,00307
15	+	–	–	–	0,006	0,00019
16	–	–	–	–	0,023	0,00045

Така матриця симетрична відносно центру експерименту та нормована, так як відповідно виконуються умови

$$\sum_{u=1}^N x_{i_u} = 0, \quad \sum_{u=1}^N x_{i_u}^2 = N, \quad (2)$$

де i – порядковий номер фактора, $i = 1, 2, \dots, k$.

Також було прийнято, що кількість повторів (дублів) дослідів $n = 2$, та буде застосовуватися рівномірне дублювання дослідів.

Результати та їх обговорення

При плануванні експерименту можливо було обмежитися лінійною моделлю повного факторного експерименту для випадку чотирьох факторів. Лінійна модель, що відображала вплив чотирьох факторів на зміну $\Delta K/K$ коефіцієнта затухання пружної хвилі, мала вигляд

$$y_{\Delta K/K} = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + a_4x_4 + a_{12}x_1x_2 + a_{13}x_1x_3 + a_{14}x_1x_4 + a_{23}x_2x_3 + a_{24}x_2x_4 + a_{34}x_3x_4 + a_{123}x_1x_2x_3 + a_{124}x_1x_2x_4 + a_{134}x_1x_3x_4 + a_{234}x_2x_3x_4 + a_{1234}x_1x_2x_3x_4. \quad (3)$$

Модель утримує як постійний коефіцієнт a_0 , так і лінійні коефіцієнти a_1, a_2, a_3, a_4 , а також коефіцієнти взаємного впливу факторів $a_{12}, a_{13}, a_{14}, a_{23}, a_{24}, a_{34}, a_{123}, a_{124}, a_{134}, a_{234}, a_{1234}$. А лінійна модель, що відображала вплив чотирьох факторів на зміну $\Delta c/c$ фазової швидкості пружної хвилі, мала вигляд

$$y_{\Delta c/c} = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_4x_4 + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + b_{14}x_1x_4 + b_{23}x_2x_3 + b_{24}x_2x_4 + b_{34}x_3x_4 + b_{123}x_1x_2x_3 + b_{124}x_1x_2x_4 + b_{134}x_1x_3x_4 + b_{234}x_2x_3x_4 + b_{1234}x_1x_2x_3x_4. \quad (4)$$

Відповідно модель (4) утримує як постійний коефіцієнт b_0 , так і лінійні коефіцієнти b_1, b_2, b_3, b_4 , а також коефіцієнти взаємного впливу факторів $b_{12}, b_{13}, b_{14}, b_{23}, b_{24}, b_{34}, b_{123}, b_{124}, b_{134}, b_{234}, b_{1234}$. Для латуні ЛС63-3 було зроблено наступні припущення. Нехай верхня межа міцності при розриві (часовий опір) σ_B складає $X_{1_{MAX}} = 650 \text{ МПа}$, а нижня межа складає $X_{1_{MIN}} = 350 \text{ МПа}$. Нехай верхня межа амплітуди відносної деформації ε_0 складає $X_{2_{MAX}} = 1,0 \cdot 10^{-5}$, а нижня межа складає $X_{2_{MIN}} = 0,1 \cdot 10^{-5}$. Нехай верхня межа температури T складає $X_{3_{MAX}} = +50 \text{ }^\circ\text{C}$, а нижня межа складає $X_{3_{MIN}} = +10 \text{ }^\circ\text{C}$. Також нехай верхня межа колової частоти ω складає $X_{4_{MAX}} = 2\pi \cdot 10^5 \text{ рад/с}$, а нижня межа складає $X_{4_{MIN}} = 2\pi \cdot 10^4 \text{ рад/с}$.

Далі виконувалося центрування. Точка X_{1_0} визначалася наступним чином:

$$X_{1_0} = 0,5 X_{1_{MAX}} + X_{1_{MIN}} = 0,5 \cdot 650 \text{ МПа} + 350 \text{ МПа} = 500 \text{ МПа}. \quad (5)$$

Точка X_{2_0} визначалася наступним чином:

$$X_{2_0} = 0,5 X_{2_{MAX}} + X_{2_{MIN}} = 0,5 \cdot 1,0 \cdot 10^{-5} + 0,1 \cdot 10^{-5} = 0,55 \cdot 10^{-5}. \quad (6)$$

Точка X_{3_0} визначалася наступним чином:

$$X_{3_0} = 0,5 X_{3_{MAX}} + X_{3_{MIN}} = 0,5 \cdot +50 \text{ }^\circ\text{C} + 10 \text{ }^\circ\text{C} = +30 \text{ }^\circ\text{C}. \quad (7)$$

Точка X_{4_0} визначалася наступним чином:

$$X_{4_0} = 0,5 X_{4_{MAX}} + X_{4_{MIN}} = 0,5 \cdot 2\pi \cdot 10^5 \text{ рад/с} + 2\pi \cdot 10^4 \text{ рад/с} = 0,55 \cdot 2\pi \cdot 10^5 \text{ рад/с}. \quad (8)$$

Наступним етапом виконувався пошук інтервалів варіювання. Інтервал варіювання ΔX_1 визначався наступним чином:

$$\Delta X_1 = 0,5 X_{1_{MAX}} - X_{1_{MIN}} = 0,5 \cdot 650 \text{ МПа} - 350 \text{ МПа} = 150 \text{ МПа}. \quad (9)$$

Інтервал варіювання ΔX_2 визначався наступним чином:

$$\Delta X_2 = 0,5 X_{2_{MAX}} - X_{2_{MIN}} = 0,5 \cdot 1,0 \cdot 10^{-5} - 0,1 \cdot 10^{-5} = 0,55 \cdot 10^{-5}. \quad (10)$$

Інтервал варіювання ΔX_3 визначався наступним чином:

$$\Delta X_3 = 0,5 X_{3_{MAX}} - X_{3_{MIN}} = 0,5 \cdot +50 \text{ }^\circ\text{C} - +10 \text{ }^\circ\text{C} = 20 \text{ }^\circ\text{C}. \quad (11)$$

Інтервал варіювання ΔX_4 визначався наступним чином:

$$\Delta X_4 = 0,5 X_{4_{MAX}} - X_{4_{MIN}} = 0,5 \cdot 2\pi \cdot 10^5 \text{ рад/с} - 2\pi \cdot 10^5 \text{ рад/с} = 0,45 \cdot 2\pi \cdot 10^5 \text{ рад/с}. \quad (12)$$

Для обчислення коефіцієнтів лінійних моделей (3) та (4) застосовувався метод найменших квадратів. Отримані за його допомогою оцінки коефіцієнтів лінійних моделей (3) та (4) мали деякі оптимальні в статичному сенсі властивості: спроможність, незміщеність, ефективність, достатність. Були мінімізовані наступні функції:

$$\Phi_{\Delta K/K} = \sum_{u=1}^N y_u - \hat{y}_u^2 \rightarrow \min; \quad \Phi_{\Delta c/c} = \sum_{u=1}^N y_u - \hat{y}_u^2 \rightarrow \min, \quad (13)$$

де y_u – експериментальне значення y в u -му досліді; \hat{y}_u – розраховане за формулою (3) або формулою (4) значення y в u -му досліді.

Мінімум знаходився дорівнюванням нулю частинних похідних:

$$\frac{\partial \Phi_{\Delta K/K}}{\partial a_0} = 0, \frac{\partial \Phi_{\Delta K/K}}{\partial a_1} = 0, \frac{\partial \Phi_{\Delta K/K}}{\partial a_2} = 0, \dots; \quad \frac{\partial \Phi_{\Delta c/c}}{\partial b_0} = 0, \frac{\partial \Phi_{\Delta c/c}}{\partial b_1} = 0, \frac{\partial \Phi_{\Delta c/c}}{\partial b_2} = 0, \dots \quad (14)$$

В матричній формі можна було записати для відповідно для цільових функцій $y_{\Delta K/K}$ та $y_{\Delta c/c}$:

$$X \cdot A = Y_{\Delta K/K}; \quad X \cdot B = Y_{\Delta c/c}. \quad (15)$$

Тут матриця X умов експерименту (див. табл. 1)

$$X = \begin{pmatrix} x_0^1 & x_1^1 & x_2^1 & x_3^1 & x_4^1 & x_{12}^1 & x_{13}^1 & x_{14}^1 & x_{23}^1 & x_{24}^1 & x_{34}^1 & x_{123}^1 & x_{124}^1 & x_{134}^1 & x_{234}^1 & x_{1234}^1 \\ x_0^2 & x_1^2 & x_2^2 & x_3^2 & x_4^2 & x_{12}^2 & x_{13}^2 & x_{14}^2 & x_{23}^2 & x_{24}^2 & x_{34}^2 & x_{123}^2 & x_{124}^2 & x_{134}^2 & x_{234}^2 & x_{1234}^2 \\ x_0^3 & x_1^3 & x_2^3 & x_3^3 & x_4^3 & x_{12}^3 & x_{13}^3 & x_{14}^3 & x_{23}^3 & x_{24}^3 & x_{34}^3 & x_{123}^3 & x_{124}^3 & x_{134}^3 & x_{234}^3 & x_{1234}^3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_0^{16} & x_1^{16} & x_2^{16} & x_3^{16} & x_4^{16} & x_{12}^{16} & x_{13}^{16} & x_{14}^{16} & x_{23}^{16} & x_{24}^{16} & x_{34}^{16} & x_{123}^{16} & x_{124}^{16} & x_{134}^{16} & x_{234}^{16} & x_{1234}^{16} \end{pmatrix}, \quad (16)$$

де верхній індекс показує поточний номер досліді.

Матриці A та B невідомих коефіцієнтів відповідно мали вигляд

$$A = \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_{1234} \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_{1234} \end{pmatrix}. \quad (17)$$

А матриці $Y_{\Delta K/K}$ та $Y_{\Delta c/c}$ результатів дослідів мали вигляд

$$Y_{\Delta K/K} = \begin{pmatrix} y_{\Delta K/K}^1 \\ y_{\Delta K/K}^2 \\ y_{\Delta K/K}^3 \\ \dots \\ y_{\Delta K/K}^{16} \end{pmatrix}, \quad Y_{\Delta c/c} = \begin{pmatrix} y_{\Delta c/c}^1 \\ y_{\Delta c/c}^2 \\ y_{\Delta c/c}^3 \\ \dots \\ y_{\Delta c/c}^{16} \end{pmatrix}. \quad (18)$$

де верхній індекс також показує поточний номер дослідів.

Розв'язок рівнянь (15) шукався, відповідно, в вигляді

$$A = X^T X^{-1} X^T Y_{\Delta K/K}, \quad B = X^T X^{-1} X^T Y_{\Delta c/c}. \quad (19)$$

Так як використовувалося рівномірне дублювання дослідів, то дисперсія дослідів S_y^2 розраховувалася за формулою

$$S_y^2 = \sum_{u=1}^N S_{y_u}^2 / N. \quad (20)$$

Однорідність ряду дисперсій перевірялася за критерієм Кохрена. Визначалася величина

$$G^{PO3P} = \max S_{y_u}^2 / \sum_{u=1}^N S_{y_u}^2, \quad (21)$$

де $\max S_{y_u}^2$ – найбільша в ряду дисперсія, як порівнюється з табличним критерієм $G^{ТАБЛ}$.

Гіпотеза про статистичну значимість коефіцієнтів моделей (3) та (4) передбачала розрахунок дисперсії оцінок коефіцієнтів за формулою (так як виконується умова нормування)

$$S_{b_i}^2 = S_y^2 / n \cdot N, \quad (22)$$

де i – порядковий номер коефіцієнта моделей (3) та (4).

Безпосередньо значимість коефіцієнтів моделей (3) та (4) визначалася шляхом порівняння абсолютної величини коефіцієнтів b_i з їх довірчим інтервалом, який розраховувався за формулою

$$\Delta_{b_i} = t_{\alpha, f} S_{b_i}, \quad (23)$$

де $t_{\alpha, f}$ – критерій Стьюдента при рівні значимості $\alpha = 0,05$ та кількості ступенів свободи $f = 1$.

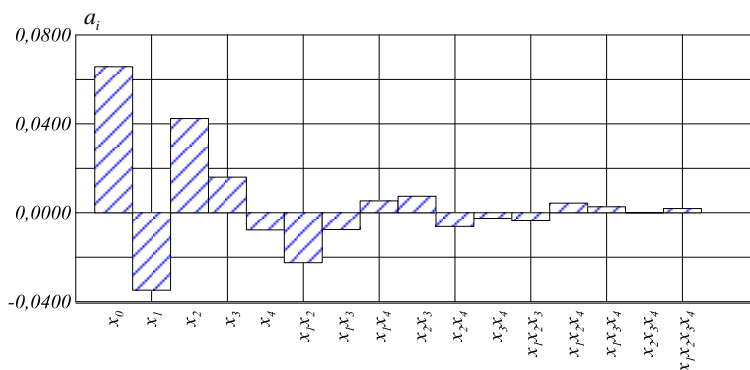
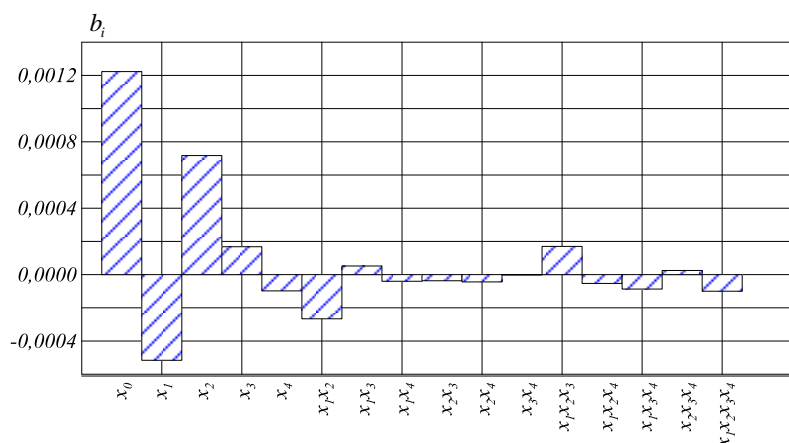
Коефіцієнти моделей (3) та (4) вважалися статистично значущими, якщо виконувалася умова

$$|b_i| \geq \Delta_{b_i}. \quad (24)$$

В результаті розв'язку (19) рівнянь (15) було отримано відносну силу впливу факторів та їх взаємодій, які наведені відповідно на рис. 3 та на рис. 4. Величина кожного коефіцієнта позначена стовпчиком відповідної висоти. Адекватність моделей (3) та (4) перевірялася за допомогою F -критерію (критерію Фішера). Його розрахункове значення визначалося за формулою

$$F^{PO3P} = S_{неад}^2 / S_y^2, \quad (25)$$

де $S_{неад}^2$ – дисперсія неадекватності.

Рис. 3. Відносна сила впливу факторів та їх взаємодій для $Y_{\Delta K/K}$ Рис. 4. Відносна сила впливу факторів та їх взаємодій для $Y_{\Delta c/c}$

Висновки

В результаті застосування планування експериментів для акустичного контролю структурно-неоднорідних полікристалічних матеріалів були отримані дві лінійні моделі повного факторного експерименту, в кожній з яких враховувалося значення часового опору (межі міцності при розриві) σ_B , амплітуди ε_0 пружної хвилі, температури T полікристалічного матеріалу та колової частоти ω пружної хвилі. За результатами повних факторних планів можна зробити висновок (див. рис. 3 та рис. 4), що на зміну коефіцієнта затухання $\Delta K/K$ та зміну фазової швидкості $\Delta c/c$ пружної хвилі в основному впливають два фактори x_1 σ_B та x_2 ε_0 . Вплив інших двох факторів x_3 T та x_4 ω істотно менший. Крім того, можна відмітити взаємний вплив факторів x_1x_2 σ_B та ε_0 .

Таким чином, врахування при акустичному контролі полікристалічних матеріалів не лише безпосередньо акустичних параметрів пружної хвилі, але й інших впливаючих факторів дозволяє суттєво підвищити достовірність контролю.

Список використаної літератури

1. Новик Ф.С., Арсов Я.Б. Оптимизация процессов технологии металлов методами планирования экспериментов. – М.: Машиностроение; София: Техника, 1980. – 304 с., ил.
2. Назаров В.Е., Радостин А.В., Островский Л.А., Соустова И.А. Волновые процессы в средах с гистерезисной нелинейностью. Часть I // Акустический журнал. – 2003. – Т. 49. – № 3. – С. 405 – 415.
3. Назаров В.Е., Радостин А.В., Островский Л.А., Соустова И.А. Волновые процессы в средах

с гистерезисной нелинейностью. Часть II // Акустический журнал. – 2003.– Т. 49. – № 4. – С. 529 – 534.

4. Чувильдеев В.Н. Неравновесные границы зёрен в металлах. Теория и приложения. – М.: Физматлит, 2004. – 304 с.

5. Білокур І.П. Акустичний контроль. Навчальний посібник. – К.: Національний технічний університет «Київський політехнічний інститут». – 1997. – 242 с.

Стаття надійшла до редакції 21.03.2013

Оптимизация акустического контроля структурно-неоднородных поликристаллических материалов методами планирования экспериментов

Лисовец С.Н.

Киевский национальный университет технологий и дизайна

Рассмотрена оптимизация акустического контроля структурно-неоднородных поликристаллических материалов методами планирования полного двухуровневого факторного эксперимента. Определены основные факторы, которые влияют на изменение параметров упругой волны, и интервалы их варьирования. Получены коэффициенты линейной модели, определена их значимость, проверены однородность ряда дисперсий и адекватность факторного плана.

Ключевые слова: поликристаллический материал, факторный эксперимент, акустический контроль.

Optimization of acoustic control of structural-heterogeneous polycrystalline materials by the methods of planning of experiments

S. Lisovets

Kiev National University of Technologies and Design

Optimization of acoustic control of structural-heterogeneous polycrystalline materials is considered by the methods of planning of complete two-tier factor experiment. Basic factors, which influence on the change of parameters of resilient wave, and intervals of their varying, are certain. The coefficients of linear model are got, their meaningfulness is certain, homogeneity of row of dispersions and adequacy of factor plan is tested.

Keywords: polycrystalline material, factor experiment, acoustic control.