

Дашко О.Г., доц., Купчик О.В., студентка, Гучкова В.В., студентка

Київський національний університет технологій та дизайну

**СТУДЕНТСЬКИЙ ПРОЕКТ У ВИВЧЕННІ ДИСЦИПЛІНИ ВИЩА
МАТЕМАТИКА: ДОСВІД І ПЕРСПЕКТИВИ**

Анотація. В роботі описано досвід використання методу проектів при вивченні теми «Застосування інтегрального числення» на заняттях з предмету вища математика в Київському національному університеті технологій та дизайну. Взяти за основу досвід викладачів університету Вільяма Марша Райса (США) і використовуючи методи досліджень, що викладаються на заняттях з вищої математики, було розроблено і здійснено студентський проект, що пов'язаний з дослідженням різних типів стрибків парашутистів у повітрі. Робота над проектом сприяла розкриттю творчого потенціалу, самореалізації і глибшому розумінню матеріалу, що підтвердило ефективність методу проектів при вивченні вищої математики студентами нематематичних спеціальностей.

Ключові слова: метод проектів в освіті; студентський проект; застосування інтегрального числення; рух парашутиста в повітрі.

Dashko O.H., Kupchik O.V., Huchkova V.V.

Kyiv National University of Technologies and Design

**STUDENT PROJECT IN THE STUDY OF HIGHER MATHEMATICS:
EXPERIENCE AND PROSPECTS**

Abstract. The paper describes the experience of using the project method in studying the topic "Application of integral calculus" in classes on higher mathematics at the Kyiv National University of Technology and Design. Based on the experience of teachers at William Marsh Rice University (USA) and using research methods taught in higher mathematics, a student project was developed and implemented to study different types of skydiving in the air. Work on the project contributed to the disclosure of creative potential, self-realization, and a deeper understanding of the material, which confirmed the effectiveness of the project method in the study of higher mathematics by students of non-mathematical specialties.

Keywords: method of projects in education; student project; application of integral calculus; skydiver movement in the air.

Вступ. В сучасних вищих навчальних закладах України актуально стоїть питання про те, як зацікавити студентів до вивчення певних базових предметів і дисциплін, як показати їх значущість у реальному житті. Особливо це актуально для предметів, які не є спеціалізованими, і які є досить складними для вивчення. Яскравим прикладом такого предмету є вища математика для нематематичних спеціальностей.

Є багато варіантів того, як можна цікаво подати інформацію. Але метою є не лише розказати про предмет, а дати студенту певне відчуття цього предмету. Велика кількість дослідників у педагогіці вважає, що одними із найкращих способів донести інформацію і навчити нею користуватися є проектні роботи [1–5].

Метод проектів на заняттях вищої математики дозволяє не лише зацікавити студентів дисципліною, але й розвивати творчі здібності, активність, самостійність, креативність, гнучкість мислення студентів. Для студента проект – це можливість максимального розкриття свого творчого потенціалу, засіб самореалізації [1, с. 335]. Це діяльність, яка дозволяє проявити себе індивідуально або в групі, спробувати свої сили, докласти свої знання, принести користь, показати публічно досягнутий результат. Для викладача навчальний проект – це інтегративний дидактичний засіб розвитку, навчання і виховання, що дозволяє виробляти і розвивати специфічні вміння і навички проектної

діяльності, а також спільний пошук інформації, самонавчання, дослідницька та творча діяльність [4].

Досить популярним цей метод є у педагогіці вищої школи Західної Європи та Америки. Так у трьохтомному підручнику з диференціального та інтегрального числення [6–8], що був виданий техаським університетом Вільяма Марша Райса (William Marsh Rice University) і є загальнодоступним та популярним підручником, студентам пропонується виконати невеликі проекти під час вивчення більшості тем з вищої математики. При цьому проекти можуть бути як цілком академічними і схожими на задачі, які розв'язують в аудиторіях і при виконанні домашніх робіт, так і дуже творчими, пов'язаними з популярними видами спорту або явищами культури. Так, наприклад, при вивченні теми «Границі функцій» студентам пропонується з використанням границь вивести формулу площі круга, при цьому на великих листках паперу намалювати багатокутники і те, як при збільшенні кількості сторін їх границя за формою наближається до кола [6, с. 175]. А ось при вивченні теми «Похідні від функцій» студентам пропонується розрахувати форму нового треку для змагань Формули-1 [6, с. 261]. Адже трек має бути безпечним, особливо на поворотах, оскільки, якщо водій недостатньо гальмує перед входом у поворот, машина може зісковзнути з треку. Студенти мають розробити функцію, яка може змоделювати один відсік шляху. Таке завдання є захоплюючим і допомагає добре зрозуміти залежність кривизни графіка функції від значень її похідних у відповідних точках.

Нажаль, в українських вузах метод проектів не є широкоживим. Це пов'язано з багатьма чинниками, дослідження яких є поза рамками даної роботи. В даній публікації ми розповімо про свій досвід використання методу проектів на заняттях, присвячених темі «Застосування інтегрального числення».

Взявши за основу досвід викладачів – авторів підручника університету Вільяма Марша Райса і постановку задачі, яка приведена в цьому підручнику для теми «Інтегрування функцій» [7, с. 58–59] ми розробили і здійснили студентський проект, пов'язаний з дослідженням стрибка парашутиста.

Парашутизм (скайдайвінг, від англ. *skydiving*) – один з видів авіаційного спорту, заснований на використанні парашутів. Парашутисти можуть регулювати швидкість свого руху вниз, змінюючи положення свого тіла під час вільного падіння. В цьому проекті ми досліджуємо рух парашутиста у повітрі.

Постановка задачі. Постановку задачі робить викладач. На першому етапі обговорення проекту він показує студенту основи, на яких студент має побудувати **математичну модель** задачі.

Для даного проекту вони такі. Парашутист вносить корективи до положення свого тіла в повітрі, щоб контролювати, як швидко він падає. Якщо він вигинає спину і вказує животом у бік землі, він досягає кінцевої швидкості приблизно 54 м/с (194 км/ч). Якщо ж натомість він зорієнтує своє тіло головою прямо вниз, він падає швидше, досягаючи кінцевої швидкості 67 м/с (241 км/ч).

Деякі скайдайвери носять костюми-крила (вінгсьюти, від англ. *wingsuit*). Ці костюми мають тканинні панелі між руками і ногами і дозволяють користувачеві планувати в повітрі під час вільного падіння, подібно до білки-літятиги. При використанні цих костюмів кінцева швидкість може бути зменшена приблизно до 13 м/с (47 км/ч), що дозволяє носіям набагато довший час перебувати у повітрі. Вингсьюттери все ж використовують парашути для посадки, оскільки, хоча вертикальні швидкості знаходяться в межах зони безпеки, горизонтальні швидкості можуть перевищувати 100 км/год, що занадто швидко, щоб безпечно приземлитися.

Оскільки парашутист рухається у напрямку вниз, ми припускаємо, що напрямок вниз є додатним для спрощення наших розрахунків.

Вважаємо, що парашутист виконує свої стрибки з висоти 4000 м. Після виходу з літака він відразу починає падати зі швидкістю, наближено заданою рівнянням $v(t) = gt$, де g – прискорення вільного падіння, яке ми беремо рівним $9,8 \text{ м/с}^2$. Він продовжує прискорюватися відповідно до цієї функції швидкості до тих пір, поки не досягне своєї кінцевої швидкості. Після досягнення кінцевої швидкості його швидкість залишається незмінною, поки він не змінить своє положення в повітрі.

Далі викладач **конкретизує** постановку задачі, щоб звузити студенту поле досліджень до конкретних задач, які він має розв'язати.

Розглянемо два варіанти стрибка: прискорений та планіруючий у вінгсьюті. Виконуючи стрибок прискореного типу, парашутист приймає положення «головою вниз» (кінцева швидкість – 67 м/с). Виходячи цієї постановки задачі, дамо відповідь на наступні запитання: Через який час після виходу з літака парашутист досягає кінцевої швидкості? На яку відстань знизиться парашутист через 20 с ?

На цьому етапі викладач дає пораду стосовно **методу розв'язання**. Наприклад, він може запропонувати студенту записати цю відстань, використовуючи інтеграли від швидкості.

Перед тим, як потягнути за парашутний трос, парашутист переводить своє тіло в положення «животом вниз», щоби рухатися не так швидко, коли його парашут відкриється. Якщо він розпочне цей маневр на висоті 1200 м , то скільки часу він проведе у вільному падінні до початку зміни положення тіла?

Припустимо, що парашутист почав переорієнтуватися на положення «животом вниз» на висоті 1200 м , маневр зайняв в нього приблизно 2 с , за які він пролетів 120 м і його швидкість стабілізувалась і стала постійною (54 м/с). Вважаючи наближено, що він сповільнюється рівноприскорено, знайдемо прискорення уповільнення на цьому етапі польоту і точний час, що він витратив на маневр.

Далі він деякий час летів «животом вниз» і потягнув за трос на висоті 900 м . Скільки часу він провів у вільному падінні на цьому етапі шляху?

На відстані 900 м він витягує парашут. Потрібно 5 с , щоб його парашут повністю відкрився і він сповільнився, за цей час він падає ще на 120 м . Після того, як його парашут повністю відкритий, його швидкість зменшується до 5 м/с . Виходячи з цих даних, знайдемо загальний час, який парашутист проводить у повітрі, від моменту, коли він покидає літак, до моменту, коли його ноги торкаються землі.

Тепер розглянемо політ у костюмі-крилі (кінцева швидкість в костюмі-крилі 13 м/с). Якщо парашутист надіває вінгсют перед своїм стрибком, і витягує парашутний трос на висоті 900 м , то як довго він буде планірувати в повітрі?

На відстані 900 м він витягує парашутний трос. Потрібно 3 с , щоб його парашут відкрився і він сповільнився, за цей час він пролітає 12 м . Після того, як його парашут повністю відкритий, його швидкість зменшується до 5 м/с . Виходячи з цих даних, знайдемо загальний час, який парашутист у костюмі-крилі проводить у повітрі, від моменту, коли він покидає літак, до моменту, коли його ноги торкаються землі.

Результати досліджень. Студент працює над задачею. Він розмірковує над схемою розв'язання, над тим, які методи вищої математики та, можливо, інших предметів йому необхідні, щоб знайти розв'язок. В даному випадку необхідне диференціальне та інтегральне числення, а також знання зі шкільного курсу фізики, розділ механіка.

Також студенту пропонується зробити **ілюстративний матеріал**: намалювати самого парашутиста та/або схеми і графіки його польоту. Як творча особистість, студент підходить до задачі по-своєму і може запропонувати незвичний для викладача погляд на подію, що розглядається.

В цей час головна задача викладача – допомогти студенту у його наближенні до бажаного результату, відслідковувати роботу, щоб вчасно прийти на допомогу, якщо така допомога буде потрібною, та не у вигляді готового рішення, а у вигляді поради, підказки [2, с. 118–119].

Нижче приводиться розв’язання задачі про парашутиста студенткою другого курсу факультету економіки та бізнесу КНУТД Купчик Ольгою Володимирівною. В процесі розв’язання вона застосовує інтегральне числення з курсу вищої математики, який був прочитаний на першому курсі університету, а також знання з фізики (розділ «Механіка»).

Обчислимо час після виходу з літака, коли парашутист досягає кінцевої швидкості. Коли парашутист стрибає з літака, його швидкість нульова $V_0 = 0$ м/с.

Під час падіння з літака його швидкість зростає рівномірно з прискоренням вільного падіння. Швидкість – це інтеграл від прискорення, отже $V = \int_0^t g dt + V_0$. Тоді $V(t) = gt + V_0$, в кінці цього етапу $V(t_1) = V_0 + gt_1$. Але оскільки $V(t_1) = V_1 = 67$ м/с, ми можемо знайти час t_1 :

$$t_1 = \frac{67-0}{9.8} \approx 6,84 \text{ с.}$$

Знайдемо відстань, на яку знизиться парашутист через 20 с від початку руху. Відстань – це інтеграл від швидкості, отже:

$$\begin{aligned} S &= \int_0^{20} V(t) dt = \int_0^{t_1} gt dt + \int_{t_1}^{20} V_1 dt = \frac{gt^2}{2} \Big|_0^{t_1} + V_1 t \Big|_{t_1}^{20} = \\ &= \frac{9.8 \cdot 6.84^2}{2} + 67 \cdot (20 - 6.84) \approx 229,25 + 881,72 = 1110,97 \text{ м} \end{aligned}$$

Це відстань, яку він пролетить за 20 с і в кінці цього етапу він буде на висоті

$$h_1 = 4000 - 1110.97 = 2889.03 \text{ м.}$$

При цьому шлях $S_1 = 229,25$ м парашутист пролетів прискорено, набираючи швидкість до 67 м/с, а потім 881,72 м він рухався з постійною швидкістю $V_1 = 67$ м/с.

Парашутист продовжував рухатися з тією ж самою швидкістю 67 м/с до початку свого маневру на висоті 1200 м, під час якого він переводить своє тіло в положення «животом вниз». Можна підрахувати, що від самого початку свого руху до початку маневру на висоті 1200 м він пролетів $4000 - 1200 = 2800$ (м). Ми знайдемо усю відстань, яку він пролетів з постійною швидкістю, віднявши від 2800 м відстань, яку він пролетів прискорено 229,25 м, а потім, поділивши результат на постійну швидкість V_1 , отримаємо час його рівномірного падіння

$$t_2 = \frac{2800 - 229,25}{67} = 38,37 \text{ с.}$$

Тепер розглянемо як парашутист переорієнтовується у повітрі. Ми знаємо, що під час маневру він пролетів 120 м і його швидкість стабілізувалась і стала дорівнювати 54 м/с.

Вважаючи наближено, що він сповільнюється рівноприскорено, знайдемо прискорення уповільнення на цьому етапі польоту.

$$\begin{aligned} S &= \int_0^{t_3} V(t) dt = \int_0^{t_3} (V_1 + at) dt = V_1 t \Big|_0^{t_3} + \frac{at^2}{2} \Big|_0^{t_3} = V_1 t_3 + \frac{at_3^2}{2}; \\ V_2 &= V_1 + \int_0^{t_3} a dt = V_1 + at_3; \quad at_3 = V_2 - V_1; \quad a = \frac{V_2 - V_1}{t_3}; \end{aligned}$$

$$S = \frac{(V_2 + V_1)t_3}{2}; t_3 = \frac{2S}{V_2 + V_1}.$$

Звідси

$$a = \frac{V_2^2 - V_1^2}{2S} = \frac{54^2 - 67^2}{2 \times 120} \approx -6.55 \text{ м/с}^2,$$

а точний час цього етапу

$$t_3 = \frac{V_2 - V_1}{a} = \frac{54 - 67}{-6.55} \approx 1.98 \text{ с}$$

Далі він деякий час летів «животом вниз», аж поки не досяг висоти 900 м.

Обчислимо скільки часу він провів у вільному падінні на цьому етапі шляху. Він летів з постійною швидкістю $V_2 = 54 \text{ м/с}$.

Шлях, який він пролетів – $S_2 = 1200 - -900 - 120 = 180 \text{ (м)}$. При рівномірному русі $S = Vt$, отже час на цьому етапі дорівнює:

$$t_4 = \frac{180}{54} = 3.33 \text{ с}.$$

Далі відбуваються ще два етапи польоту. На відстані 900 м розкривається парашут і за 5 с парашутист сповільнюється до 5 м/с. Відомо, що за цей час він падає ще на 120 м. А потім він рівномірно знижується аж до землі.

Виходячи з цих даних, знайдемо загальний час, який парашутист проводить у повітрі, від моменту, коли він покидає літак, до моменту, коли його ноги торкаються землі.

Протягом $t_5 = 5 \text{ с}$ на висоті від 900 м до $900 - 120 = 780 \text{ (м)}$ він сповільнюється від $V_2 = 54 \text{ м/с}$ до $V_3 = 5 \text{ м/с}$. Потім з висоти 780 м він летить зі швидкістю 5 м/с. Оскільки швидкість на цьому етапі постійна, ми можемо знайти час, поділивши відстань на швидкість

$$t_6 = \frac{780}{5} = 156 \text{ (с)}.$$

Тепер ми знаємо час на кожному етапі польоту. Отже, весь політ зайняв

$$T = \sum_{i=1}^6 t_i = 6,84 + 38,37 + 1,98 + 3,33 + 5 + 156 = 211,52 \text{ (с)}.$$

Тепер розглянемо інший тип польоту: коли парашутист одягнений у костюм-крило і його кінцева швидкість 13 м/с. Відомо, що він витягує парашутний трос на висоті 900 м. Обчислимо, як довго він буде планувати в повітрі за даних умов.

В костюмі він набуває кінцевої швидкості $V_4 = 13 \text{ м/с}$. Оскільки він на початку має нульову швидкість і рухається рівноприскорено, то час цього першого етапу падіння

$$t_7 = \frac{V_4 - V_0}{g} = \frac{13 - 0}{9.8} \approx 1,33 \text{ с}.$$

Шлях, який він при цьому пролетить

$$S = \int_0^{t_7} V(t) dt = \int_0^{t_7} gt dt = \frac{gt^2}{2} \Big|_0^{t_7} = \frac{9.8 \cdot 1,33^2}{2} \approx 8,67 \text{ м}.$$

Тоді з висоти 4000 м до 900 м він решту шляху летить з швидкістю 13 м/с і

$$t_8 = \frac{4000 - 900 - 8,67}{13} = \frac{3091,33}{13} \approx 237,79 \text{ с} - \text{ час цього польоту}.$$

На відстані 900 м він витягує парашутний трос. Потрібно 3 с, щоб його парашут відкрився і він сповільнився, за цей час він пролітає 12 м. Після того, як його парашут повністю відкритий, його швидкість зменшується до 5 м/с.

На висоті 900 м він витягує парашутний трос і за $t_9 = 3$ с пролітає 12 м, причому його швидкість зменшується до 5 м/с. Далі він летить рівномірно, отже час польоту

$$t_{10} = \frac{900-12}{5} = 177,6 \text{ (с)}.$$

Увесь час польоту у костюмі-крилі дорівнює сумі відрізків часу на кожному етапі

$$T = 1,33 + 237,79 + 177,6 + 3 = 419,72 \text{ (с)}.$$

В кінці студентка робить висновок, виходячи з дослідження двох різних типів стрибка: як можна побачити з наведених міркувань, костюм-крило в 2 рази збільшує час перебування у вільному падінні для парашутиста, що стрибає з відстані 4000 м.



Рис. 1. Парашутист покидає літак (малюнок виконано під час роботи над проектом)

Висновки. При вивченні теми «Застосування інтегрального числення» на заняттях з вищої математики Київського національного університету технологій та дизайну було застосовано метод проектів. Використовуючи знання, отримані на лекціях і практичних заняттях, студентка економічного факультету творчо розв'язала практичну задачу про різні типи стрибка парашутиста у повітрі і проаналізувала знайдені розв'язки. Робота над проектом сприяла розкриттю творчого потенціалу, самореалізації і глибшому розумінню матеріалу. Набутий досвід свідчить про ефективність методу проектів. Автори вважають доречним поширення застосування методу проектів для студентів нематематичних спеціальностей в Україні.

Список використаної літератури

1. Рендюк С. П. Метод проектів на практичних заняттях з вищої математики / С. П. Рендюк // Прикарпатський вісник НТШ. – 2017. – № 1 (37). – С. 335–341.
2. Бакланова М. Л. Активізація НПД студентів коледжів у процесі навчання математичних дисциплін: дис. ... канд. пед. наук: спец. 13.00.02 – теорія та методика навчання (математика) / М. Л. Бакланова; Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова. – Київ, 2009.
3. Клочко В. І. Нові інформаційні технології навчання математики в технічній вищій школі: дис. ... доктора пед. наук: спец. 13.00.02 – Теорія та методика навчання математики / В. І. Клочко. – Вінниця, 1998. – 396 с.
4. Кустова С. А. Проектная деятельность как одно из условий формирования общих и профессиональных компетенций студентов [Электронный ресурс] / С. А. Кустова. – Режим доступа: <http://urok.1sept.ru/articles/633155>.
5. Полат С. Е. Новые педагогические и информационные технологии в системе образования: учеб. пособие для студентов пед. вузов и системы повышения квалификации пед. кадров / С. Е. Полат; под ред. С. Е. Полат, М. Ю. Бухаркина, М. В. Моисеева, А. Е. Петров. – М.: Издательский центр "Академия", 2002. – 272 с.
6. Calculus. Volume 1. E. Herman, G. Strang. OpenStax, Rice University, Texas, 2020. 867 p.
7. Calculus. Volume 2. E. Herman, G. Strang. OpenStax, Rice University, Texas, 2017. 821 p.
8. Calculus. Volume 3. E. Herman, G. Strang. OpenStax, Rice University, Texas, 2018. 1015 p.