

УДК 338.12

Т. А. ДУНАЄВА, А. В. ЧЕРНОМОРДОВ

Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут»

**ВИДІЛЕННЯ ДИНАМІЧНИХ СЕЗОННИХ ЦИКЛІВ НА ОСНОВІ
ВАРІАЦІЙНИХ ПРИНЦИПІВ**

В статті розглянута непараметрична модель сезонного коригування часових рядів з динамічними сезонними ефектами, що ґрунтується на використанні варіаційних принципів. Наведено результати дослідження роботи алгоритму на модельних і реальних часових рядах. Отримані чисельні результати порівнюються з результатами сезонного коригування на основі інших методів.

Ключові слова: сезонні цикли, сезонне коригування, циклічна складова, прогнозування економічної динаміки.

Загальновідомим є факт циклічності функціонування економічної системи. У полі зору дослідників потрапляли, в основному, «глобальні» економічні цикли, з періодом більше року. Але для дослідження перехідної української економіки аналіз циклічності на коротких часових інтервалах (до року включно), тобто сезонних коливань, є не менш важливим, ніж аналіз довгострокових тенденцій розвитку. Проте поведінка тренду та сезонного коливання можуть бути зумовлені різними причинами. Тому іноді доцільно розглядати їх як окремі показники.

На даний момент існує достатня кількість методів сезонного коригування. Найбільш відомими представниками є методи сімейства Census (зокрема X-11). Останній засновано на алгоритмах ARIMA, запропонованого Дж. Боксом і Г. Дженкінсом

До другої групи можна віднести методи сезонного коригування, засновані на моделях, які індивідуально будують для кожного коректованого часового ряду.

У цьому випадку властивості моделі, на основі якої проводиться декомпозиція, істотно залежать від властивостей оброблюваного часового ряду.

До цієї групи відноситься, зокрема, розроблений в Банку Іспанії метод SEATS [1].

Постановка завдання

Основною метою роботи є вдосконалення та дослідження ефективного алгоритму «сезонного коригування» часових рядів макроекономічних показників України, тобто розділення часового ряду на сезонний цикл (з періодом в 1 рік) та тренд.

В даній роботі пропонується представити вихідний ряд $y(t)$ у вигляді двох складових [3]:

$$y(t) = x(t) + s(t)$$

де $x(t)$ – тренд, що відображає сумарну зміну показника за деякий фіксований період часу, наприклад, рік;

$s(t)$ – сезонні цикли, сумарний ефект від яких за той же період дорівнює нулю.

Запропонований алгоритм сезонного коригування відрізняється від інших методів в першу чергу тим, що передбачає чітке виділення сезонного коливання, а потім шляхом віднімання його з вихідного ряду отримується оцінка тренду.

Ми шукаємо сезонний цикл, що відповідає наступним умовам:

$$\int_t^{t+T} s(t) dt = 0, \quad (T - \text{період, наприклад, рік})$$

Тобто, сумарна зміна показника за заданий період дорівнює нулю (умова існування циклу).

В загальному випадку розглядається динамічний сезонний цикл, який може змінюватися (як по формі, так і по амплітуді) від періоду до періоду. Але спочатку виведемо рівняння для стаціонарного сезонного циклу, який є окремим випадком динамічного.

На стаціонарний цикл накладаємо ще одну умову - умову «періодичності» (незмінності форми циклу на інтервалі спостереження):

$$s(t) = s(t+T)$$

Приведені нижче функції відображають значення вихідного ряду і циклу на k -му періоді. Тобто ми розглядаємо не весь ряд, а окремий k -й період.

$$\begin{aligned} y_k(t) &= y(t + (k-1)T) \\ s_k(t) &= s(t + (k-1)T) \end{aligned} \quad k=1, \dots, K$$

Кожному періоду відповідають своя частина вихідної реалізації і свій сезонний цикл. Для того щоб визначити зміни сезонного циклу від періоду до періоду, необхідно провести процедуру виділення сезонного циклу на k -му періоді.

Тоді тренд на k -му періоді прийматиме вигляд:

$$x(t) = y_k(t) - s_k(t)$$

За критерій вибору форми циклу візьмемо мінімальну кривизну тренду. Тому $x(t)$ - екстремаль, що забезпечує мінімум функціоналу $\Phi(x)$ на інтервалі спостереження $[0, KT]$, тобто

$$\Phi(x) = \int_0^{KT} (\dot{x}(t))^2 dt = \int_0^{KT} (\dot{y}_k(t) - \dot{s}_k(t))^2 dt \rightarrow \min.$$

Розв'язуючи класичну варіаційну задачу, приходимо до наступного рівняння для хвилі:

$$\frac{d^2 s_k(t)}{dt^2} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \frac{d^2 y_k(t)}{dt^2}, \quad t \in [0, KT]$$

В загальному випадку цикл може змінювати свою форму. Вважаємо, що цикл змінюється від періоду до періоду еволюційно. Для процедури сезонного коригування в якості метода порівняння сезонних циклів від періоду до періоду є степеневе зважування вихідного ряду за періодами.

Розглянемо степеневе зважування на k -му періоді [4]. Вважаємо, що сезонний цикл визначається в першу чергу вихідною реалізацією на тому ж періоді (ваговий коефіцієнт α , причому $0 \leq \alpha \leq 1$), а інші періоди враховуються з меншими вагами: чим далі l -й період стоїть від аналізованого - k -го, тим менше його вага (ваговий коефіцієнт - $\alpha^{|k-l|}$).

Тому зважена реалізація l -ого періоду для визначення k -го сезонного циклу приймає вигляд

$$y_l^{(k)}(t) = \alpha^{|k-l|} y_l(t + (l-1)T), \quad l=1, \dots, K, \quad t \in [0, T]$$

Тепер тренд на l -му періоді при виділенні циклу на k -му періоді, має наступний вигляд:

$$x_l^{(k)}(t) = \alpha^{|k-l|} (y_l(t) - s_k(t))$$

Приходимо до явного вигляду функціонала для визначення k -го сезонного циклу

$$\Phi_k(x^{(k)}) = \int_0^T \left\{ \sum_{l=1}^K \alpha^{|k-l|} [\dot{y}_l(t) - \dot{s}_k(t)] \right\}^2 dt \Rightarrow \min$$

Аналогічно до стаціонарного випадку розв'язуємо варіаційну задачу і отримуємо рівняння для k -го динамічного сезонного циклу

$$\ddot{s}_k(t) = w_k(\alpha) \sum_{l=1}^K \left(\alpha^{|k-l|} \ddot{y}_l(t) \right), \quad \text{при } t \in [0, T]$$

$$w_k(\alpha) = \left(\sum_{l=1}^K \alpha^{|k-l|} \right)^{-1}$$

Параметр α можна задавати екзогенно, наприклад, в якості експертної оцінки, тобто, якщо ми щось апріорі знаємо про характер тренду або сезонного циклу.

Якщо $\alpha = 1$, то виділяється стаціонарний цикл, і ніяких змін форми циклів не відбувається, а вся мінливість переходить в тренд.

При $\alpha = 0$ спостерігається протилежна ситуація: вся «мінливість» вихідного ряду переходить у зміни циклів (зберігаючи нульову суму значень за період), але тренд може змінюватися тільки при переході з одного періоду до іншого, тому являє собою кусково-лінійну функцію.

А отже на межах періодів ми маємо розриви тренду.

Або параметр α можна визначити з комбінованого критерію оптимальності виділення сезонних циклів:

$$\Phi(\alpha) = \int_0^{KT} \dot{x}^2(t) dt + \sum_{k=1}^{K-1} \left\{ \int_0^T [s^{(k+1)}(t) - s^{(k)}(t)]^2 dt \right\} \xrightarrow{0 \leq \alpha \leq 1} \min,$$

який забезпечує найменшу кривизну коректованого ряду і, одночасно, найменші зміни динамічного коливання.

Перша частина в функціоналі фіксує «гладкість» тренда.

Друга сума характеризує ступінь мінливості циклів від періоду до періоду, оскільки визначається квадратами різниць січневих, лютневих і інших компонент циклу між сусідніми періодами.

У дискретному варіанті отримуємо K матричних рівнянь у других різницях, де враховано умову існування циклу, і які залежать від α , як від параметру.

Результати та їх обговорення

Спочатку було розглянуто сезонне коригування на модельному ряді довжиною в 64 спостереження (5 років і 4 місяці для помісячних рядів), утвореному об'єднанням поліноміального тренду та сезонної хвилі. Остання утворена набором з 3-х коливань (з періодами в 12, 6 та 3 місяці) та незначного випадкового шуму.

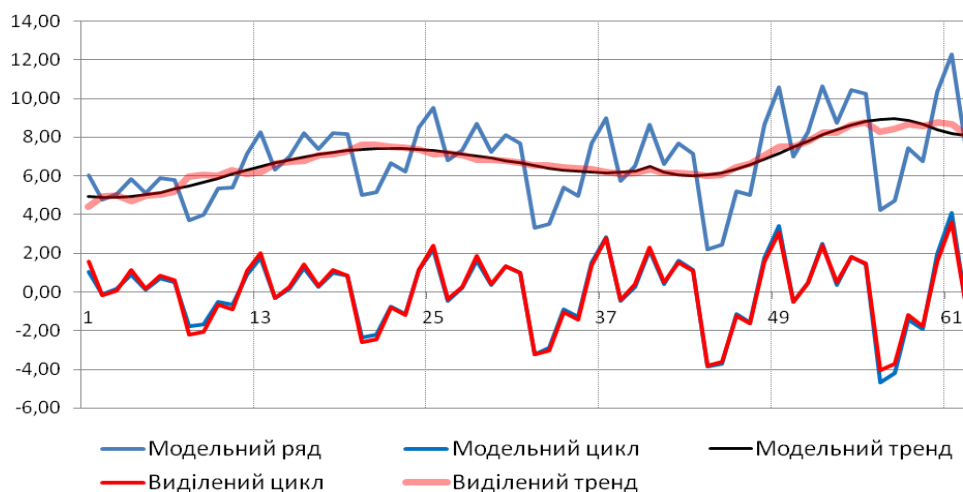


Рис. 1. Виділення еволюціонуючих сезонних циклів динамічної процедурою сезонного коригування з модельного ряду

Можна побачити, що виділена динамічна сезонна хвиля чудово відображає динаміку циклічних коливань.

Тепер продемонструємо один з прикладів виділення динамічної сезонної складової з часових рядів, пов'язаних з економікою України.

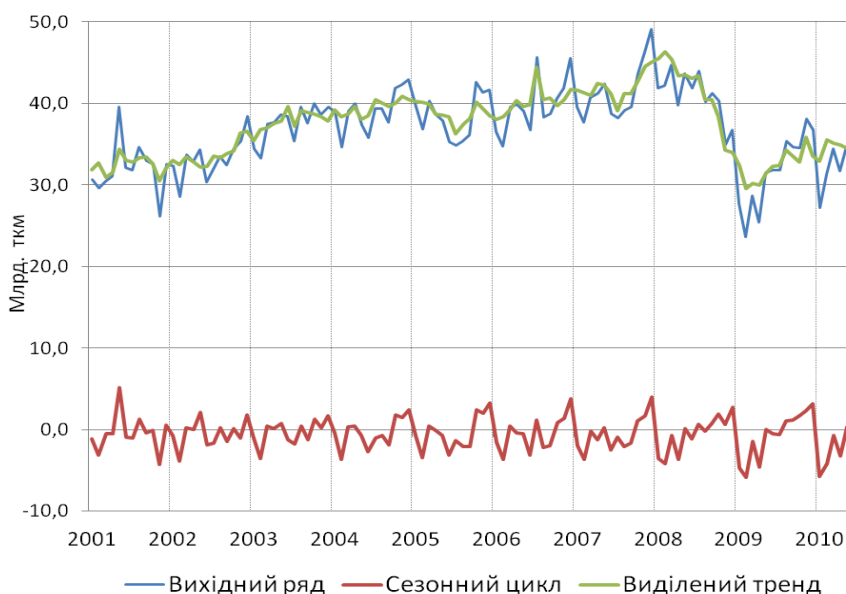


Рис. 2. Вантажообіг України

Можемо наочно побачити, як метод відображає сезонну складову, що еволюціонує з часом.

Далі порівняно три методи сезонного коригування, а саме: два, розглянуті у цій роботі: виділення стаціонарної сезонної хвилі (надалі StW) та динамічної сезонної хвилі EDS (Extract Seasons), а також процедуру Census X11 (надалі X11).

В якості тестового розглядався ряд даних зі значним коефіцієнтом сезонності і циклами змінної форми з роботи М. Кендела – відстані, пройдені авіалайнерами Об'єднаного Королівства за місяць за період з січня 1963 по грудень 1970 [5].

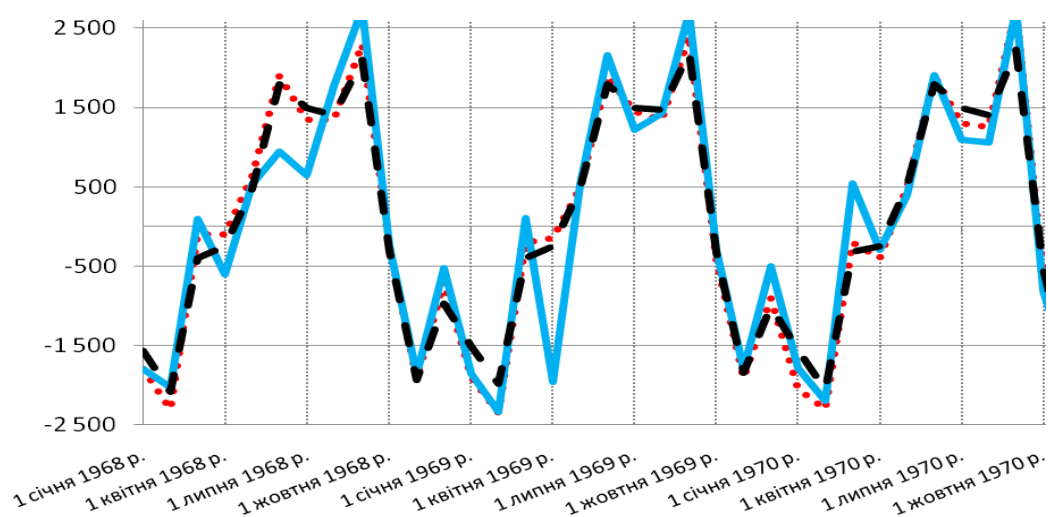


Рис. 3. Виділені цикли з ряду – відстаней, пройдених авіалайнерами Великобританії за місяць трьома різними алгоритмами

Характерною особливістю цього ряду є істотна перебудова сезонних циклів за формою, в той час як амплітуда сезонних циклів на інтервалі спостереження змінюється не сильно.

Близькість сезонних циклів отриманих за допомогою X11 і StW (рис. 3) свідчить про те, що процедура X11 фіксує зміну циклу з запізненням в один рік. Тому частина динаміки циклу переходить у тренд, що призводить до його значної ізрізанності. Що підтверджується тим, що сумарна кривизна виділеного нестационарного тренду для процедури ES-εES (εX11 для процедури X11) відрізняється майже в два рази $\epsilon_{ES} = 262\,159$ та $\epsilon_{X11} = 481\,362$. Такий результат є досить природним, оскільки сезонне коригування рядів процедурою X11 засноване на комплексі алгоритмів ARIMA, тобто на поліноміально-лагових операторах і ковзаючі середніх. Але алгоритми ARIMA і, отже, процедура X11 більше підходять для аналізу процесів у квазістационарних економіках з плавними перехідними процесами.

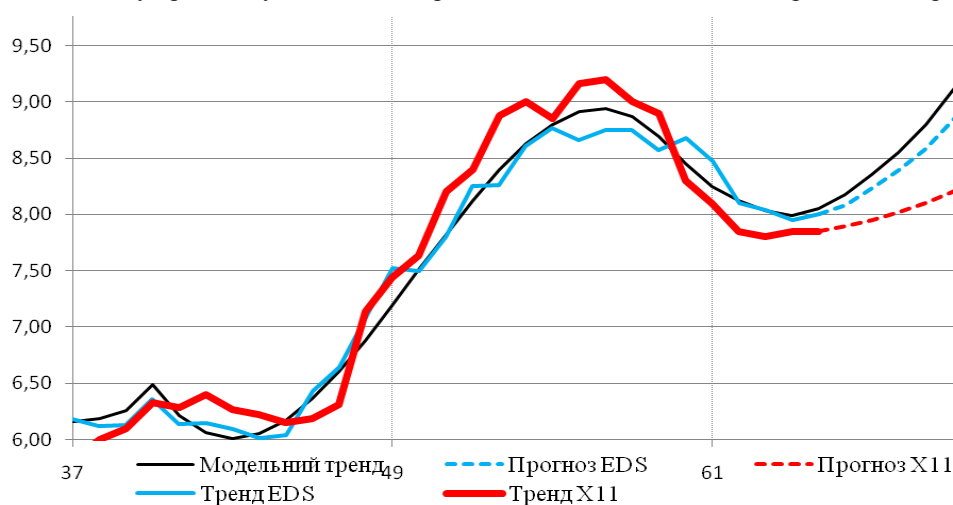


Рис. 4. Виділені тренди з модельного ряду

Також було проведено порівняльний аналіз результатів прогнозування виділених трендів процедурами EDS та X11 на останніх $2 \cdot 12 + 4 = 28$ рівнях. В якості модельного ряду взято описаний вище.

Як видно з рис.4, розглянутий у цій роботі метод сезонного коригування EDS дає значно кращі результати (сумарна похибка прогнозу тренду складає 1,98%), ніж широко використовувана Census X11(6,25%).

Висновки

Запропонована процедура сезонної корекції дозволяє працювати з мінімальною кількістю допущень та гіпотез. Наведений алгоритм відрізняється від інших методів сезонного коригування в першу чергу тим, що передбачає чітке виділення сезонного коливання, а потім шляхом віднімання його з вихідного ряду отримання оцінки тренду.

Надійня процедура поділу сезонних циклів і тренда дозволяє говорити про розробку методів дослідження економічної кон'юнктури і прогнозування економічної динаміки, заснованих на аналізі циклічної складової показників, зокрема сезонної.

Проведені дослідження виявили певні особливості сезонних коливань окремих галузей народного господарства України (в транспортних перевезеннях та сільському господарстві). Виявлено особливості конкретних реальних часових рядів, що мають стаціонарну, затухаючу, зростаючу або еволюціонуючу за формою сезонну хвилю.

Порівняльний аналіз показав, що запропонована процедура показує кращі результати, ніж широко поширена Census X11(що ґрунтується на алгоритмах ARIMA), а саме: більш адекватно розділяє часовий ряд на трендову та сезонну складову, реагує на зміну сезонного циклу, менш інерційна на правому кінці інтервалу дослідження. Це в свою чергу має дуже важливе значення для побудови прогнозу як для трендової, так і сезонної складових.

Очевидно, що представлена процедура даватиме не найкращі результати, якщо будуть порушуватися вихідні умови. Зокрема, коли сезонні коливання матимуть змінний період часу або не еволюційний характер динаміки. Взагалі кажучи, повний розв'язок задачі виділення циклічної складової динаміки показника (сезонного коригування) можна уявити собі таким чином: визначається приналежність досліджуваного ряду до певного класу і проводиться сезонне коригування процедурою, оптимальної саме для цього класу рядів.

Список використаної літератури

1. Fischer V. Decomposition of Time Series. Comparing Different Methods in Theory and Practice. Eurostat working group document. 1995. – 73 p.
2. Бессонов В.А. Введение в анализ российской макроэкономической динамики переходного периода. М., 2003. – 151 с.
3. Губанов В.А., Ковальджи А.К. Выделение сезонных колебаний на основе вариационных принципов // Экономика и математические методы. – 2001. – Т.37. – №1 – с. 91–102
4. Катковник В.Я. Непараметрическая идентификация и сглаживание данных: метод локальной аппроксимации. – М.: Наука, 1985. – 290 с.
5. Кендел М. Временные ряды / Пер. с англ. и предисловие Ю. П. Лукашина. – М.: Финансы и статистика, 1981. – 199 с., ил.

Стаття надійшла до редакції 11.10.2012

Выделение динамических сезонных циклов на основе вариационных принципов

Дунаева Т. А., Черномордов. А. В.

Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт»

В статье рассмотрена непараметрическая модель сезонной корректировки временных рядов с динамическими сезонными эффектами, основанная на использовании вариационных принципов. Приведены результаты исследования работы алгоритма на модельных и реальных временных рядах. Полученные численные результаты сравниваются с результатами сезонной корректировки на основе других методов.

Ключевые слова: сезонные циклы, сезонная корректировка, циклическая составляющая, прогнозирование экономической динамики.

The allocation of dynamical seasonal cycles on the basis of the variational principles

Dunaeva T., Chernomordov A.

National Technical University of Ukraine «Kyiv Polytechnic Institute»

The paper presents a non-parametric seasonal adjustment model based on variational principles. The results of investigation of the algorithm on simulated and real time series are presented. Numerical results of the algorithm are compared with other seasonal wave extraction algorithms.

Keywords: cyclical component, forecasting of economic dynamics, seasonal adjustment, seasonal cycles.