УДК 51 (22.1)

НЕСКІНЧЕННІ АНТАГОНІСТИЧНІ ІГРИ

Студ. Н.В. Давиденко, гр. БЕП 1-15
Наук. керівник доц. О.Л. Блохін
Київський національний університет технологій та дизайну

Природним узагальненням матричних ігор є нескінченні антагоністичні ігри. Антагоністичні ігри – це ігри з двома гравцями які мають прямо протилежні інтереси. Ця протилежність, виявляється в тому, що при переході від однієї ситуації до іншої збільшення виграшу одного гравця тягне за собою зменшення виграшу іншого, і навпаки. Таким чином, сума виграшів гравців в будь-якій ситуації в антагоністичних іграх стала (вона дорівнює нулю).

Математичне визначення поняття антагоністичності є формальним поняттям, яке відрізняється від змістовного філософського поняття, але зберігає його основну рису — непримиренність протиріч.

В антагоністичних іграх, за визначенням, неможливі будь-які переговори і угоди між гравцями. Якщо в результаті будь-яких переговорів або домовленостей один із гравців зумів би збільшити свій виграш на деяку величину, то виграш іншого гравця зменшився б на таку ж величину, тобто, для нього такі домовленості були б невигідними.

Антагоністичні ігри в нормальній формі задають системою $\Gamma = \langle X, Y, H\rangle$, де X, Y — множини стратегій першого та другого гравців відповідно, H — функція з дійсними значеннями, визначена на всій множині ситуацій $X \times Y$, яка є функцією виграшу першого гравця (за визначенням, функція виграшу другого гравця дорівнює $-H$). Процес розігрування антагоністичних ігор полягає в виборі гравцями деяких своїх стратегій $a \in X$, $b \in Y$, після чого перший гравець отримує від другого суму H(x, y).

Приклад: Одночасна гра переслідування на площині. У цій грі під виграшем H(x,y) гравця 1 будемо розуміти евклідову відстань p(x,y) між точками $x \in S_1$ і $y \in S_2$, тобто H(x,y)= p(x,y), $x \in S_1$ і $y \in S_2$. Виграш гравця 2 дорівнює виграшу гравця 1, але взятий з протилежним знаком.

Ігри з опуклими неперервними функціями виграшів (ядрами), називаються опуклими. Опуклою функцією f дійсної змінної x на інтервалі (a, b) називається така функція, для якої виконується нерівність:

$$f(a_1 x_1 + a_2 x_2) \geq a_1 f(x_1) + a_2 f(x_2),$$

де x_1 і x_2 - будь-які дві точки з інтервалу (a, b); $a_1, a_2 > 0$, причому $a_1 + a_2 = 1$.

Якщо для усіх $a_1 > 0$, $a_2 > 0$, завжди має місце строга нерівність:

$$f(a_1 x_1 + a_2 x_2) > a_1 f(x_1) + a_2 f(x_2),$$

то функція f називається строго опуклою на (a; b). Геометрично опукла функція зображує дугу, графік якої розташований нижче стягуючої її хорди. Неперервна і строго опукла функція f на замкнутому інтервалі приймає мінімальне значення тільки в одній точці інтервалу.

Існує велика кількість явищ, для яких антагоністичні ігри є задовільною моделлю. До них відносяться деякі військові операції, спортивні і салонні ігри, прийняття ділових рішень в умовах конкуренції. Прийняття рішень в умовах невизначеності, наприклад, ігри проти природи, можна також моделювати як антагоністичні ігри, припускаючи, що справжня, але невідома закономірність природи призводить до дій, найменш сприятливих для гравця.