

УДК 620.193.4:
624.012.45

ФОМИН В.М.

Одесская государственная академия строительства и архитектуры

**ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ГРАНИЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ПРИ
ИССЛЕДОВАНИИ КВАЗИСТАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ ДЛЯ
ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ БАЛОК И РАМ С УЧЕТОМ
ФИЗИЧЕСКОЙ И ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ НЕЛИНЕЙНОСТЕЙ И
ПЛАСТИЧНОСТИ БЕТОНА**

Цель. Построение алгоритма, позволяющего применять метод граничных элементов (МГЭ) для решения квазистатических задач пространственного изгиба железобетонных балок и рам.

Методика. Построение вектора $dw_q(s)$ частных решений системы дифференциальных уравнений пространственного изгиба железобетонных балок и рам с учетом физической и геометрической нелинейностей, предложенных в, и матрицы $A(s)$ фундаментальных решений задач Коши для однородной системы дифференциальных уравнений, соответствующей этой системе, необходимых для построения алгоритма метода граничных элементов.

Результаты. С помощью указанных матриц построен пошаговый вычислительный алгоритм, основанный на методе граничных элементов, позволяющий исследовать пространственный изгиб железобетонных балок и рам, и приведен конкретный пример подобного исследования.

Научная новизна. Впервые построен алгоритм, основанный на методе граничных элементов, позволяющий решать нелинейные задачи изгиба для стержневых систем.

Практическая значимость. Возможность построения эффективных методов расчета каркасных железобетонных сооружений на квазистатические и динамические воздействия.

Ключевые слова: метод граничных элементов, железобетонные балки и рамы, физическая и геометрическая нелинейности, пластичность бетона, пространственный изгиб.

Введение. Как уже отмечалось в [1], прямой динамический расчет пространственных рамных железобетонных конструкций с учетом нелинейной работы и пластических свойств материалов на динамические воздействия является сложной задачей. В настоящее время он в основном производится с помощью метода конечных элементов. Порядок системы разрешающих уравнений метода конечных элементов очень высок, особенно в случаях учета нелинейных и пластических свойств материалов.

Постановка задачи. Вследствие вышесказанного возникает необходимость в использовании альтернативных методов, например метода граничных элементов, для применения которого необходимо наличие дифференциальных уравнений изгиба и методика построения матрицы фундаментальных решений задачи Коши для этих уравнений и матрицы столбца частных решений, зависящих от заданной нагрузки. Построение алгоритма, позволяющего применять метод граничных элементов для решения статических и динамических задач пространственного изгиба железобетонных балок и рам, является целью настоящей работы.

Результаты исследования. Система дифференциальных уравнений пространственного изгиба железобетонной балки в приращениях угловых перемещений с учетом физической и геометрической нелинейностей и пластичности бетона имеет следующий вид [1]:

$$\sum_{r=1}^3 [X_{i,r}(s)d\xi_r'' + Y_{i,r}(s)d\xi_r' + Z_{i,r}(s)d\xi_r] + \sum_{k=1}^3 \tilde{U}_{1,k}(s)dF_k = 0 \quad (i = 1,2,3) \quad (1)$$

с граничными условиями на левом конце

$$\sum_{r=1}^3 V_{i,r}d\xi_r(0) + \sum_{r=1}^3 V_{i,r+3}d\xi_r'(0) + \sum_{k=1}^3 W_{i,k}dF_k + dM_{o,i} = 0 \quad (i = 1,2,3) \quad (2)$$

где s – дуговая координата поперечного сечения балки, $d\xi$ – вектор с элементами

$$d\xi_1 = d\phi, d\xi_2 = d\psi, d\xi_3 = d\theta \quad (2a)$$

($d\phi, d\psi, d\theta$ - приращения углов Крылова, определяющие изменение ориентации системы координат y_1, y_2, y_3 (y_2, y_3 – главные центральные оси инерции сечения) относительно неподвижной системы координат x_1, x_2, x_3 , вызванные приращениями силы F и момента M_0 , приложенных к левому концу балки (рис. 1 [1])). Недостающие три граничных условия определяются условиями закрепления балки.

В [2] приведены выражения для направляющих косинусов $\alpha_{i,j}$ ($i, j = 1, 2, 3$) ортов осей y_1, y_2, y_3 в системе координат x_1, x_2, x_3 через углы Крылова ϕ, ψ и θ :

$$\begin{aligned} \alpha_{1,1} &= \cos \phi \cos \psi, \alpha_{1,2} = \sin \phi \cos \psi, \alpha_{1,3} = -\sin \psi, \\ \alpha_{2,1} &= \cos \phi \sin \psi \sin \theta - \sin \phi \cos \theta, \alpha_{2,2} = \sin \phi \sin \psi \sin \theta + \cos \phi \cos \theta, \alpha_{2,3} = \cos \psi \sin \theta, \\ \alpha_{3,1} &= \cos \phi \sin \psi \cos \theta + \sin \phi \sin \theta, \alpha_{3,2} = \sin \phi \sin \psi \cos \theta - \cos \phi \sin \theta, \alpha_{3,3} = \cos \psi \cos \theta. \end{aligned} \quad (3)$$

Поскольку для железобетонных балок углы ϕ, ψ, θ , а также ϕ', ψ' и θ' малы, то можно принять, что $\cos \phi = \cos \psi = 1, \sin \phi = \phi, \sin \psi = \psi$. Кроме того, можно пренебречь произведениями малых величин. Тогда формулы (3) примут следующий вид:

$$\begin{aligned} \alpha_{1,1} &= 1, \alpha_{1,2} = \phi, \alpha_{1,3} = -\psi, \\ \alpha_{2,1} &= -\phi, \alpha_{2,2} = 1, \alpha_{2,3} = \theta, \\ \alpha_{3,1} &= \psi, \alpha_{3,2} = -\theta, \alpha_{3,3} = 1. \end{aligned} \quad (3a)$$

Из равенства $dx'_{C,i} = d\alpha_{1,i}$ ($i = 1, 2, 3$)

($x_{C,i}$ ($i = 1, 2, 3$) - координаты центра тяжести сечения) и (3a) следует, что

$$dx'_{C,2} = d\phi, dx'_{C,3} = -d\psi.$$

Тогда уравнения (1) и граничные условия (2) могут быть представлены так:

$$\begin{aligned} X_{i,1}(s)dx'''_{C,2} - X_{i,2}(s)dx'''_{C,3} + X_{i,3}(s)d\theta'' + Y_{i,1}(s)dx''_{C,2} - Y_{i,2}(s)dx''_{C,3} + \\ + Y_{i,3}(s)d\theta' + Z_{i,1}(s)dx'_{C,2} - Z_{i,2}(s)dx'_{C,3} + Z_{i,3}(s)d\theta + \sum_{k=1}^3 \tilde{U}_{i,k}(s)dF_k = 0 \quad (i = 1, 2, 3), \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} V_{i,1}dx'_{C,2}(0) - V_{i,2}dx'_{C,3}(0) + V_{i,3}d\theta(0) + V_{i,4}dx''_{C,2}(0) - V_{i,5}dx''_{C,3}(0) + \\ + V_{i,6}d\theta'(0) + \sum_{k=1}^3 W_{i,k}dF_k + dM_i(0) = 0 \quad (i = 1, 2, 3). \end{aligned} \quad (5)$$

Из соотношения

$$dQ_m(0) = -\sum_{k=1}^3 \beta_{k,m}(0)dF_k \quad (m = 1, 2, 3)$$

($dQ_m(0)$ – проекции приращения главного вектора внутренних усилий в поперечном сечении на оси y_m ($m = 1, 2, 3$), $\beta_{k,m}$ ($k, m = 1, 2, 3$) - направляющие косинусы ортов осей x_1, x_2, x_3 в системе координат y_1, y_2, y_3 , $\beta_{k,m} = \alpha_{m,k}$) вытекает, что

$$dF_m = -\sum_{k=1}^3 \alpha_{m,k}(0)dQ_k(0) \quad (m = 1,2,3) \quad (6)$$

Тогда уравнения (4) примут следующий вид:

$$X_{i,1}(s)dx_{C,2}''' - X_{i,2}(s)dx_{C,3}''' + X_{i,3}(s)d\theta'' + Y_{i,1}(s)dx_{C,2}'' - Y_{i,2}(s)dx_{C,3}'' + \quad (7)$$

$$+ Y_{i,3}(s)d\theta' + Z_{i,1}(s)dx_{C,2}' - Z_{i,2}(s)dx_{C,3}' + Z_{i,3}(s)d\theta = \sum_{m=1}^3 \tilde{U}_{i,m} dQ_m(0) \quad (i = 1,2,3),$$

где $\tilde{U}_{i,m} = \sum_{k=1}^3 \tilde{U}_{i,k} \alpha_{k,m}(0)$, а граничные условия (5) – такой:

$$V_{i,1}dx_{C,2}'(0) - V_{i,2}dx_{C,3}'(0) + V_{i,3}d\theta(0) + V_{i,4}dx_{C,2}''(0) - V_{i,5}dx_{C,3}''(0) + \quad (8)$$

$$+ V_{i,6}d\theta'(0) = \sum_{m=1}^3 \tilde{W}_{i,m} dQ_m(0) - dM_i(0) \quad (i = 1,2,3),$$

где $\tilde{W}_{i,m} = \sum_{k=1}^3 W_{i,k} \alpha_{k,m}(0)$.

Введем обозначения

$$y_1 = dx_{C,2}(0), y_2 = dx_{C,3}(0), y_3 = dx_{C,2}'(0), y_4 = dx_{C,3}'(0), \quad (9)$$

$$y_5 = d\theta(0), y_6 = dx_{C,2}''(0), y_7 = dx_{C,3}''(0), y_8 = d\theta'(0).$$

Пусть $z_{n,k}(s)$ ($n = 1,2,3; k = 1,2,\dots,8$) - фундаментальная система решений задачи Коши для однородной системы дифференциальных уравнений, соответствующей системе (7), т.е. $z_{1,k}(s) = dx_{C,2}(s)$, $z_{2,k}(s) = dx_{C,3}(s)$, $z_{3,k}(s) = d\theta(s)$ ($k = 1,2,\dots,8$) при выполнении следующих условий:

$$y_j = \delta_{j,k} \quad (j = 1,2,\dots,8).$$

($\delta_{j,k}$ - символ Кронекера). Обозначим через $z_{q,j,m}(s)$ ($j, m = 1,2,3$) - множество частных решений $dx_{q,C,2}(s), dx_{q,C,3}(s), \theta_q(s)$ системы (7) при нулевых начальных условиях и при столбце правых частей, состоящем из элементов $\tilde{U}_{i,m}$ ($m = 1,2,3$).

Для приближенного построения этих решений разобьем балку на ряд сегментов, в пределах каждого из которых коэффициенты $X_{i,j}(s), Y_{i,j}(s), Z_{i,j}(s)$ будем считать постоянными и равными $X_{i,j}(s_m), Y_{i,j}(s_m), Z_{i,j}(s_m)$ (s_m - дуговая координата начала сегмента, m - его номер) соответственно. Применяя теорию линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами, находим решения $dx_{C,2}(s), dx_{C,3}(s), d\theta(s)$ на первом сегменте при соответствующих начальных условиях. Затем находим решения этой системы на втором сегменте, используя в качестве начальных условий значения функций $dx_{C,2}(s), dx_{C,3}(s), d\theta(s)$ и их производных в конце первого сегмента и т.д.

Разрешая систему алгебраических уравнений (8) относительно $d\theta'(0), dx_{C,2}''(0)$ и $dx_{C,3}''(0)$, получаем

$$\begin{aligned}
 dx''_{C,2}(0) &= \tilde{V}_{1,1} dx'_{C,2}(0) + \tilde{V}_{1,2} dx'_{C,3}(0) + \tilde{V}_{1,3} d\theta(0) + \sum_{m=1}^3 \tilde{V}_{1,m+3} dM_m(0) + \sum_{m=1}^3 \tilde{V}_{1,m+6} dQ_m(0), \\
 dx''_{C,3}(0) &= \tilde{V}_{2,1} dx'_{C,2}(0) + \tilde{V}_{2,2} dx'_{C,3}(0) + \tilde{V}_{2,3} d\theta(0) + \sum_{m=1}^3 \tilde{V}_{2,m+3} dM_m(0) + \sum_{m=1}^3 \tilde{V}_{2,m+6} dQ_m(0), \\
 d\theta'(0) &= \tilde{V}_{3,1} dx'_{C,2}(0) + \tilde{V}_{3,2} dx'_{C,3}(0) + \tilde{V}_{3,3} d\theta(0) + \sum_{m=1}^3 \tilde{V}_{3,m+3} dM_m(0) + \sum_{m=1}^3 \tilde{V}_{3,m+6} dQ_m(0),
 \end{aligned} \tag{10}$$

Решения однородной системы, соответствующей системе (7), а также их производные могут быть выражены через фундаментальные решения задачи Коши следующим образом:

$$\begin{aligned}
 dx_{C,2}(s) &= \sum_{j=1}^8 y_j z_{1,j}(s), dx'_{C,2}(s) = \sum_{j=1}^8 y_j z'_{1,j}(s), dx''_{C,2}(s) = \sum_{j=1}^8 y_j z''_{1,j}(s), \\
 dx_{C,3}(s) &= \sum_{j=1}^8 y_j z_{2,j}(s), dx'_{C,2}(s) = \sum_{j=1}^8 y_j z'_{2,j}(s), dx''_{C,2}(s) = \sum_{j=1}^8 y_j z''_{2,j}(s), \\
 d\theta(s) &= \sum_{j=1}^8 y_j z_{3,j}(s), d\theta'(s) = \sum_{j=1}^8 y_j z'_{3,j}(s),
 \end{aligned} \tag{11}$$

Для нахождения $dM_i(s)$ и $dQ_i(s)$ ($i = 1,2,3$) используем формулу (21) [1]:

$$\begin{aligned}
 dM_i &= \sum_{r=1}^3 (M_i)_r^{(3)} d\xi_r + \sum_{r=1}^3 (M_i)_{r+3}^{(3)} d\xi'_r + \sum_{k=1}^3 (M_i)_k^{(4)} dF_k \quad (i = 1,2,3), \\
 dQ_i &= \sum_{r=1}^3 (Q_i)_r^{(3)} d\xi_r + \sum_{r=1}^3 (Q_i)_{r+3}^{(3)} d\xi'_r + \sum_{k=1}^3 (Q_i)_k^{(4)} dF_k \quad (i = 1,2,3).
 \end{aligned}$$

Из (6) получаем

$$\begin{aligned}
 dM_i(s) &= \sum_{r=1}^3 (M_i)_r^{(3)}(s) d\xi_r(s) + \sum_{r=1}^3 (M_i)_{r+3}^{(3)}(s) d\xi'_r(s) - \sum_{m=1}^3 (M_i^*)_m^{(4)}(s) dQ(0)_m \quad (i = 1,2,3), \\
 dQ_i(s) &= \sum_{r=1}^3 (Q_i)_r^{(3)}(s) d\xi_r(s) + \sum_{r=1}^3 (Q_i)_{r+3}^{(3)}(s) d\xi'_r(s) - \sum_{m=1}^3 (Q_i^*)_m^{(4)}(s) dQ(0)_m \quad (i = 1,2,3),
 \end{aligned} \tag{12}$$

где

$$(M_i^*)_m^{(4)}(s) = \sum_{k=1}^3 \alpha_{m,k}(0) (M_i)_k^{(4)}(s), \quad (Q_i^*)_m^{(4)}(s) = \sum_{k=1}^3 \alpha_{m,k}(0) (Q_i)_k^{(4)}(s) \tag{13}$$

Используя (2а) и (3а), формулы (12) можно записать так:

$$\begin{aligned}
 dM_i(s) &= (\tilde{M}_i)_1(s) dx'_2(s) - (\tilde{M}_i)_2(s) dx'_3(s) + (\tilde{M}_i)_3(s) d\theta(s) + \\
 &+ (\tilde{M}_i)_4(s) dx''_2(s) - (\tilde{M}_i)_5(s) dx''_3(s) + (\tilde{M}_i)_6(s) d\theta'(s) - \sum_{m=1}^3 (\tilde{M}_i)_m(s) dQ_m(0) \quad (i = 1,2,3), \\
 dQ_i(s) &= (\tilde{Q}_i)_1(s) dx'_2(s) - (\tilde{Q}_i)_2(s) dx'_3(s) + (\tilde{Q}_i)_3(s) d\theta(s) + \\
 &+ (\tilde{Q}_i)_4(s) dx''_2(s) - (\tilde{Q}_i)_5(s) dx''_3(s) + (\tilde{Q}_i)_6(s) d\theta'(s) - \sum_{m=1}^3 (\tilde{Q}_i)_m(s) dQ_m(0) \quad (i = 1,2,3).
 \end{aligned} \tag{14}$$

Здесь

$$\begin{aligned} (\tilde{M}_i)_r(s) &= (M_i)_r^{(3)}(s), (\tilde{Q}_i)_r(s) = (Q_i)_r^{(3)}(s) \quad (i = 1, 2, 3; r = 1, 2, \dots, 6); \\ (\tilde{M}_i)_m(s) &= (M_i^*)_m^{(4)}(s), (\tilde{Q}_i)_m(s) = (Q_i^*)_m^{(4)}(s) \quad (i, m = 1, 2, 3). \end{aligned}$$

Для каждого из стержней рамы можно записать следующее равенство:

$$dw(s) = dw_{одн}(s) + dw_q(s) \quad (15)$$

В этом равенстве $dw_{одн}(s)$ - вектор с элементами

$$\begin{aligned} dw_{одн,1}(s) &= dx_{C,2}(s), dw_{одн,2}(s) = dx_{C,3}(s), dw_{одн,3}(s) = dx'_{C,2}(s), dw_{одн,4}(s) = dx'_{C,3}(s), \\ dw_{одн,5}(s) &= d\theta(s), dw_{одн,6}(s) = dx''_{C,2}(s), dw_{одн,7}(s) = dx''_{C,3}(s), dw_{одн,8}(s) = d\theta'(s), \end{aligned} \quad (16)$$

Полученными из решения однородной системы (7), а $dw_q(s)$ - вектор с теми же элементами, полученными из частного решения $dx_{q,C,2}(s)$, $dx_{q,C,3}(s)$, $d\theta_q(s)$ системы (7) при нулевых начальных условиях. Очевидно,

$$dw_{q,j}(s) = \sum_{m=1}^3 z_{q,j,m}(s) dQ_m(0) \quad (j = 1, 2, 3) \quad (17)$$

Здесь $z_{q,j,m}(s)$ - частное решение системы (7) при нулевых начальных условиях и с правой частью, равной $\tilde{U}_{i,m}$ ($i = 1, 2, 3$).

Представим $dw_{одн}(s)$ в следующем виде:

$$dw_{одн}(s) = A(s)dw(0) \quad (18)$$

т.е.

$$dw_{одн,i} = \sum_{j=1}^8 A_{ij}(s)dw_j(0).$$

Из формул (11) получаем

$$\begin{aligned} A_{1,j} &= z_{1,j}(s), A_{2,j} = z_{2,j}(s), A_{3,j} = z'_{1,j}(s), A_{4,j} = z'_{2,j}(s), \\ A_{5,j} &= z_{3,j}(s), A_{6,j} = z''_{1,j}(s), A_{7,j} = z''_{2,j}(s), A_{8,j} = z'_{3,j}(s) \end{aligned} \quad (19)$$

($j = 1, 2, \dots, 8$).

Таким образом, $dw(s)$ представляется в следующем виде:

$$dw(s) = A(s)dw(0) + dw_q(s) \quad (20)$$

Построив матрицу $A(s)$ и вектор $dw_q(s)$ для каждого элемента рамы и используя далее общую схему метода граничных элементов, можно получить приращения линейных и угловых перемещений произвольного сечения любого элемента рамы при квазистатических нагружениях.

Пример.

К двухступенчатой железобетонной колонне с двумя материальными точками M_1 и M_2 массой $m_1 = m_2 = 60 T$ в момент времени $t = 0$ прикладываются две гармонических силы - в

точке M_1 : $F_3^{(1)}(t) = 10 \sin \frac{2\pi}{T_3} \text{ кН}$ ($T_3 = 10 \text{ с}$) в направлении оси x_3 и в точке M_2 :

$F_2^{(2)}(t) = 7,5 \sin \frac{2\pi}{T_3} \text{ кН}$ ($T_3 = 5 \text{ с}$) в направлении оси x_2 .

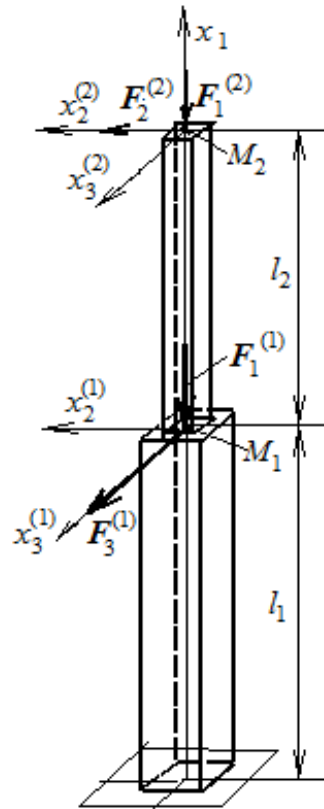


Рис. 1. Схема железобетонной колонны с приложенной нагрузкой.

Длины участков колонны $l_1 = l_2 = 5 \text{ м}$. Поперечные сечения участков представляют собой квадраты со сторонами $0,5 \text{ м}$ и $0,4 \text{ м}$. Армирование — двенадцать стержней диаметром 10 мм , расположенных симметрично как относительно оси x_2 , так и относительно оси x_3 , материал — сталь марки А-III. Характеристики бетона: $E_0 = 2,8 \cdot 10^4 \text{ МПа}$, $R_c = 19 \text{ МПа}$, $R_p = 1,9 \text{ МПа}$. Частоты сил $F_2^{(2)}(t)$ и $F_3^{(1)}(t)$ значительно ниже частот собственных колебаний колонны ($0,38 \text{ с}^{-1}$ и $2,17 \text{ с}^{-1}$), поэтому движение грузов M_1 и M_2 можно считать квазистатическим.

Используя алгоритм, изложенный выше, строим графики изменения координат $x_3^{(1)}$ и $x_2^{(2)}$ точек M_1 и M_2 . Эти графики приведены на рис. 2 а) (сплошная линия — точки M_2 , штриховая точки M_1). Заметно накопление остаточных деформаций, особенно в точке M_2 .

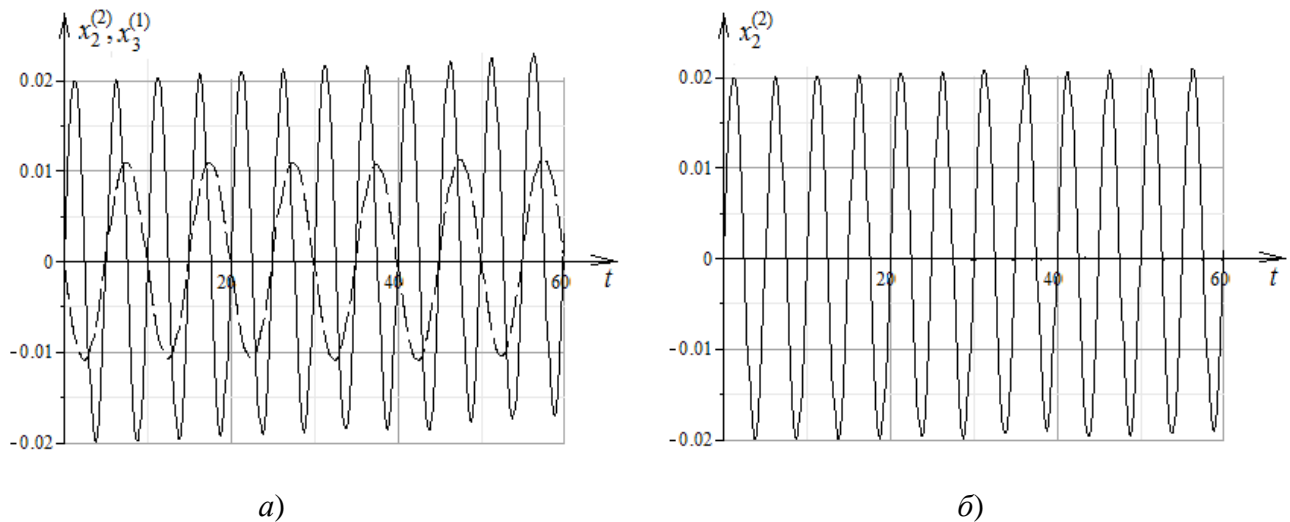


Рис. 2. Графики движения точек M_1 и M_2

Следует заметить, что присутствие силы $F_3^{(1)}(t)$, действующей в точке M_1 в направлении, перпендикулярном силе $F_2^{(2)}(t)$, существенно влияет на накопление остаточных деформаций от действия силы $F_2^{(2)}(t)$, приложенной в точке M_2 . Для сравнения на рис. 2 б) приведен график изменения координаты $x_2^{(2)}$ точки M_2 при отсутствии силы $F_3^{(1)}(t)$.

Выводы. Построен алгоритм, позволяющий использовать метод граничных элементов при расчетах железобетонных каркасных сооружений на квазистатические воздействия.

Література

1. Фомин В.М. Построение дифференциальных уравнений пространственного изгиба железобетонных балок и рам с учетом физической и геометрической нелинейностей и пластичности бетона //Вісник Київського національного університету технологій та дизайну .– 2017.– №1 (106).– С. 41–50.
2. Бранец В.Н. Применение кватернионов в задачах ориентации твердого тела / В.Н. Бранец, И.П. Шмыглевский. – М.: Наука, 1973. – 320 с.

References

- 1.Fomin V. M. (2017) *Postroyeniye differentsialnyye uravneniy prostranstvennogo izgiba zhelezobetonnykh balok i ram s uchetom fizicheskoy i geometricheskoy nelineynostey i plastichnosti betona* [Construction of differential equations of the special bending of reinforced concrete beams and frames, taking into account physical and geometrical nonlinearities and plasticity of concrete] Bulletin of Kyiv National University of Technology and Design. no1 (106). 41–50 pp [in Russian].
2. Branets V.N., Shmyglevskiy I.P. (1973) *Primeneniye kvaternionov v zadachakh orientatsii tverdogo tela*. М.: Nauka, 320 pp.

ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ ГРАНИЧНИХ ЕЛЕМЕНТІВ ПРИ ДОСЛІДЖЕННІ КВАЗИСТАТИЧНИХ ЗАДАЧ ДЛЯ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ БАЛОК І РАМ З УРАХУВАННЯМ ФІЗИЧНОЇ І ГЕОМЕТРИЧНОЇ НЕЛІНІЙНОСТЕЙ І ПЛАСТИЧНОСТІ БЕТОНУ

ФОМІН В.М.

Одеська державна академія будівництва та архітектури

Мета. Побудова алгоритму, що дозволяє застосовувати метод граничних елементів для розв'язання квазистатических завдань просторового вигину залізобетонних балок і рам.

Методика. Побудова вектора приватних рішень системи диференціальних рівнянь просторового вигину залізобетонних балок і рам з урахуванням фізичної і геометричної нелінійностей, запропонованих в, і матриці фундаментальних рішень задач Коші для однорідної системи диферен-

ціальних рівнянь, яке відповідає цій системі, необхідних для побудови алгоритму методу граничних елементів.

Результати. За допомогою зазначених матриць побудовано покроковий обчислювальний алгоритм, заснований на методі граничних елементів, що дозволяє досліджувати просторовий вигін залізобетонних балок і рам, і наведено конкретний приклад подібного дослідження.

Наукова новизна. Вперше побудовано алгоритм, заснований на методі граничних елементів, що дозволяє вирішувати нелінійні задачі згину для стрижневих систем.

Практична значимість. Можливість побудови ефективних методів розрахунку каркасних залізобетонних споруд на квазістатичні і динамічні дії.

Ключові слова: метод граничних елементів, залізобетонні балки і рами, фізична і геометрична нелінійності, пластичність бетону, просторовий згин.

APPLICATION OF BOUNDARY ELEMENT METHOD TO THE INVESTIGATION OF QUASISTATIC PROBLEMS FOR REINFORCED CONCRETE BEAMS AND FRAMES TAKING INTO ACCOUNT PHYSICAL AND GEOMETRIC NONLINEARITY AND PLASTICITY OF CONCRETE

FOMIN V.M.

Odessa state academy of civil engineering and architecture

Purpose. Construction of an algorithm that allows the use of the boundary element method for solving quasistatic problems of spatial bending of reinforced concrete beams and frames.

Methodology. Construction of the vector of partial solutions of a system of differential equations for the spatial bending of reinforced concrete beams and frames, taking into account the physical and geometric nonlinearities proposed in and the matrix of fundamental solutions of the Cauchy problem for a homogeneous system of differential equations corresponding to this system, necessary for the construction of the algorithm of the boundary element method.

Findings. With the help of these matrices, a step-by-step computational algorithm based on the boundary element method, has been constructed, which makes it possible to investigate the spatial bending of reinforced concrete beams and frames, and gives a concrete example of such a study.

Scientific novelty. An algorithm based on the boundary element method, which allows solving non-linear bending problems for rod systems, is constructed for the first time.

Practical significance. The possibility of constructing effective methods for calculating reinforced concrete frame structures for quasistatic and dynamic effects.

Keywords: boundary element method, RC beams and frames, physical and geometric nonlinearities, concrete plasticity, spatial bending.